

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO COPPEAD DE ADMINISTRAÇÃO

**LEONARDO MESQUITA DE BRITO**

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTILO DE FUNDOS  
BRASILEIROS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA**

Rio de Janeiro

2016

**LEONARDO MESQUITA DE BRITO**

**ANÁLISE DINÂMICA DE ESTILO DE FUNDOS  
BRASILEIROS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao  
Instituto COPPEAD de Administração, da  
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como  
parte dos requisitos necessários à obtenção do  
título de Mestre em Administração.

ORIENTADOR: Carlos Heitor Campani, Ph.D.

Rio de Janeiro

2016

## CIP - Catalogação na Publicação

B862a Brito, Leonardo Mesquita de  
Análise dinâmica de estilo de fundos  
brasileiros de previdência privada / Leonardo  
Mesquita de Brito. -- Rio de Janeiro, 2016.  
115 f.

Orientador: Carlos Heitor Campani.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal  
do Rio de Janeiro, Instituto COPPEAD de  
Administração, Programa de Pós-Graduação em  
Administração, 2016.

1. Previdência privada - Brasil. 2. Fundos de  
investimentos. 3. Análise de estilos. 4. Filtro  
de Kalman. 5. Administração - Teses. I. Campani,  
Carlos Heitor, orient. II. Título.

LEONARDO MESQUITA DE BRITO

ANÁLISE DINÂMICA DE ESTILO DE FUNDOS BRASILEIROS DE PREVIDÊNCIA  
PRIVADA

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto COPPEAD de Administração, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Administração.

Aprovada por:

---

Carlos Heitor Campani, Ph.D. – COPPEAD/UFRJ

---

Ricardo P. Câmara Leal, D.Sc. – COPPEAD/UFRJ

---

Adrian Heringer Pizzinga, D.Sc. – UFF

Rio de Janeiro

2016

## **DEDICATÓRIA**

Como disse Newton: “Se vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes”. Portanto, dedico este trabalho a todos os professores que tive, sem eles não teria chegado tão longe.

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, por terem me apoiado e incentivado durante todo o percurso até aqui. Sem o apoio deles, certamente não poderia ter me aventurado nesse mestrado.

À minha irmã, com quem sempre posso contar, pelo companheirismo.

À minha namorada, por todo o carinho e paciência durante esses dois anos.

Aos meus amigos de mestrado, que formaram um dos melhores ambientes de aprendizado e camaradagem que já tive.

Aos meus amigos de colégio, por sempre estarem presentes, mostrando sempre o real significado da amizade.

A todos os funcionários e, principalmente, professores do COPPEAD, cujo apoio e ensinamentos certamente me deram uma nova visão de mundo.

Em especial ao professor, amigo e orientador Carlos Heitor Campani, pelo incentivo, paciência e atenção despendida no desenvolvimento deste trabalho.

Finalmente, agradeço ao CNPQ (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais) pelo apoio financeiro concedido, respectivamente, através da bolsa de mestrado e do XI Prêmio ANBIMA de Mercado de Capitais.

## RESUMO

BRITO, Leonardo Mesquita de. **Análise dinâmica de estilo de fundos brasileiros de previdência privada.** 2016. 115f. Dissertação (Mestrado em Administração) - Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

De 2005 a 2014 o total de ativos geridos por fundos de Previdência Privada no Brasil mais do que quintuplicou, com planos PGBL e VGBL representando 90% desses ativos. Entretanto, as instituições de previdência privada têm como característica a cobrança de elevadas taxas de administração, ficando, assim, com uma boa parte dos benefícios oferecidos pelo governo como incentivo para os investimentos nessa modalidade. Altas taxas de administração são justificáveis quando há uma gestão ativa desses fundos, gerando em tese uma performance superior: este estudo indica que não é isso que ocorre nesse segmento de mercado. Problemas semelhantes têm sido enfrentados em outros países como o Reino Unido, Dinamarca e Suécia, na qual foi aberta investigação a respeito de fundos que cobram altas taxas de administração por uma gestão ativa enquanto têm na realidade uma gestão que pode ser considerada passiva. Tudo isso demonstra o tamanho e a relevância do problema que foi levantado e abordado por este trabalho. Para tal, foi feita uma análise dinâmica de estilos, via janelas móveis, seguida de uma análise via filtro de Kalman em fundos das cinco principais instituições de Previdência Privada do Brasil. A partir da análise da evolução das exposições desses fundos às diferentes classes de ativos e dos R2 gerados, foram encontrados indícios de passividade, principalmente nos fundos compostos com renda variável. Tais fundos são justamente os que deveriam ter a gestão mais ativa, pois são os que cobram as maiores taxas de administração. Isso levou a uma análise mais detalhada desses fundos, ao longo da qual foi demonstrado que é possível se construir uma carteira passiva, com estilo muito semelhante e retornos sem diferenças estatisticamente significativas, mas com uma taxa de administração mais baixa (e alinhada com fundos passivos).

Palavras-chave: Previdência Privada, estratégia de investimentos, análise de estilos, filtro de Kalman, fundos passivos, closet tracker.

## ABSTRACT

BRITO, Leonardo Mesquita de. **Dynamic Style Analysis of Brazilian Private Pension Funds.** 2016. 115f. Dissertação (Mestrado em Administração) - Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

From 2005 to 2014 the total assets managed by private pension funds in Brazil increased more than five times, with PGBL and VGBL plans representing 90% of these assets. However, the pension institutions are characterized by charging high management fees, keeping to themselves a good deal of the benefits offered by the government as an incentive for investment in this modality. High management fees are justified only when there is an active management of these funds, theoretically generating superior performance: this study indicates that this is not the case in this market segment. Similar problems have been faced in other countries like UK, Denmark and Sweden, which had opened an investigation regarding funds that charge high management fees for active management while actually they have a management that may be considered as passive. All of this shows the importance of the issue raised and addressed by this work. To tackle the problem, a dynamic style analysis was made, through moving windows, followed by an analysis via Kalman filter in funds of the top-five private pension institutions in Brazil. From the analysis of the evolution through time of the exposure of these funds to different asset classes and the  $R^2$  generated, evidences of passivity were found, particularly in funds that have equity in their composition as well. Such funds are precisely those who should be more actively managed, as they are the ones who charge the highest management fees. This led to a more detailed analysis of these funds, in which it was shown that it is possible to build a passive portfolio with very similar style and without statistically significant differences in returns, but with a lower management fee (in the same levels as those charged by passive funds).

Keywords: Private pension, investment strategy, style analysis, Kalman filter, passive funds, closet tracker.

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1: Regimes previdenciários brasileiros .....	20
Figura 2: Representação em blocos de um sistema linear em espaço de estado. ....	36
Figura 3: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 1 .....	54
Figura 4: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 2 .....	55
Figura 5: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 3 .....	56
Figura 6: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 4 .....	97
Figura 7: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 5 .....	98
Figura 8: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 6 .....	99
Figura 9: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 7 .....	100
Figura 10: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 8 .....	101
Figura 11: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 9 .....	102
Figura 12: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 10 .....	103
Figura 13: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 11 .....	104
Figura 14: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 12 .....	105
Figura 15: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 13 .....	106
Figura 16: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 14 .....	107
Figura 17: Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 15 .....	108

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Evolução da carteira de investimentos das EAPCs.....	24
Gráfico 2: Evolução da carteira de investimentos das EAPCs por produto .....	29
Gráfico 3: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 1.....	62
Gráfico 4: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 2.....	63
Gráfico 5: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 3.....	63
Gráfico 6: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 4.....	63
Gráfico 7: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 5.....	64
Gráfico 8: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 6.....	64
Gráfico 9: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 7.....	64
Gráfico 10: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 8.....	65
Gráfico 11: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 9.....	65
Gráfico 12: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 10.....	65
Gráfico 13: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 11.....	66
Gráfico 14: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 12.....	66
Gráfico 15: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 13.....	66
Gráfico 16: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 14.....	67
Gráfico 17: Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 15.....	67
Gráfico 18: Modelo final da análise de estilo via janelas móveis do fundo 14.....	68
Gráfico 19: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 1 .....	69
Gráfico 20: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 2 .....	78
Gráfico 21: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 3 .....	79
Gráfico 22: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 5 .....	79
Gráfico 23: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 6 .....	79
Gráfico 24: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 8 .....	80
Gráfico 25: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 9 .....	80
Gráfico 26: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 11 .....	80
Gráfico 27: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 12 .....	81
Gráfico 28: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 14 .....	81
Gráfico 29: Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 15 .....	81
Gráfico 30: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 2 .....	84
Gráfico 31: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 3 .....	84
Gráfico 32: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 5 .....	85

Gráfico 33: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 6.	85
Gráfico 34: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 8.	85
Gráfico 35: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 9.	86
Gráfico 36: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 11.	86
Gráfico 37: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 12.	86
Gráfico 38: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 14.	87
Gráfico 39: Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 15.	87
Gráfico 40: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 2.	109
Gráfico 41: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 3.	109
Gráfico 42: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 4.	110
Gráfico 43: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 5.	110
Gráfico 44: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 6.	110
Gráfico 45: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 7.	111
Gráfico 46: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 8.	111
Gráfico 47: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 9.	111
Gráfico 48: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 10.	112
Gráfico 49: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 11.	112
Gráfico 50: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 12.	112
Gráfico 51: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 13.	113
Gráfico 52: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 14.	113
Gráfico 53: Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 15.	113

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1: Planos de benefício de aposentadoria.....	27
Quadro 2: Tipos de planos de seguro de pessoa, com cobertura por sobrevivência. ....	28
Quadro 3: Fundos escolhidos para a análise.....	50

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Índices escolhidos para iniciar análise via suavizador de Kalman.....	58
Tabela 2: Indicadores da análise iterativa via suavizador de Kalman dos fundos 1-7.....	59
Tabela 3: Indicadores da análise iterativa via suavizador de Kalman dos fundos 8-15.....	60
Tabela 4: Taxas de administração cobradas pelas instituições para clientes pessoa física. ....	71
Tabela 5: Resultados do teste 1 (Conservador+Ibovespa, sem restrição de carteira). .....	74
Tabela 6: Resultado do teste 2 (teste da restrição de carteira).....	75
Tabela 7: Indicadores do teste 3 construídos (Conservador+Ibovespa, com restrição de carteira).....	75
Tabela 8: Indicadores dos benchmarks construídos (conservador + Ibovespa) vs. fundos analisados.....	82
Tabela 9: Indicadores dos benchmarks construídos (conservador + IBRX-100) vs. fundos analisados.....	88

## LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

ANBIMA: Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais

CAP: Caixa de Aposentadorias e Pensões

CLT: Consolidação das Leis do Trabalho

CNSP: Conselho Nacional de Seguros Privados

COFINS: Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social

CPMF: Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira

BD: Benefício definido

EFPC: Entidades Fechadas de Previdência Complementar

EAPC: Entidades Abertas de Previdência Complementar

FIE: Fundo de Investimento Especialmente Constituído

Funpresp-Leg: Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal do Poder Legislativo

Funpresp-Exe: Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal do Poder Executivo

Funpresp-Jud: Fundação de Previdência Complementar do Servidor Público Federal do Poder Judiciário

INSS: Instituto Nacional do Seguro Social

MONGERAL: Montepio Geral de Economia dos Servidores do Estado

PP: Previdência Privada

PS: Previdência Social

RBSA: *Return Based Style Analysis*

RGPS: Regime Geral de Previdência Social

RPPS: Regime Próprio de Previdência Social

RV: Renda variável

SUSEP: Superintendência de Seguros Privados

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>19</b>
2.1 PREVIDÊNCIA NO BRASIL .....	19
2.1.1 Breve histórico .....	19
2.1.2 Previdência Social vs. Previdência Complementar.....	20
2.1.3 O desenvolvimento e importância da previdência privada no brasil .....	21
2.1.4 Tipos de planos de previdência privada (aberta) no Brasil .....	24
2.2 ANÁLISE DE ESTILO BASEADA EM RETORNO .....	30
2.2.1 A análise de estilo baseada em retorno proposta por Sharpe .....	30
2.2.2 A análise dinâmica de estilo baseada em retorno.....	34
2.3 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADO.....	35
2.4 FILTRO DE KALMAN .....	39
2.4.1 Introdução ao filtro de Kalman .....	39
2.4.2 As equações de Kalman .....	40
2.4.3 Modelando a restrição de carteira com o filtro de Kalman .....	41
2.4.4 Definição do estado inicial do filtro de Kalman e estimativa dos parâmetros via máxima verossimilhança .....	42
2.4.5 Diagnósticos e testes adicionais .....	44
<b>3 METODOLOGIA E DADOS .....</b>	<b>46</b>
3.1 A ESCOLHA DAS CLASSES DE ATIVOS E DE SEUS ÍNDICES REPRESENTATIVOS.....	46
3.2 A ESPECIFICAÇÃO, COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS .....	48
3.3 AMBIENTE COMPUTACIONAL E PROGRAMAS USADOS .....	51
3.4 A APLICAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA DE ESTILO .....	51
<b>4 ANÁLISE E RESULTADOS .....</b>	<b>53</b>
4.1 ANÁLISE VIA JANELAS MÓVEIS .....	53
4.2 ANÁLISE VIA SUAVIZADOR DE KALMAN .....	58
4.3 ANÁLISES ADICIONAIS .....	70
4.3.1 Os fundos compostos entregam alfa? .....	73
4.3.2 É possível para um pequeno investidor replicar a performance dos fundos compostos, com uma taxa de administração menor?.....	77

<b>5 CONCLUSÃO .....</b>	<b>89</b>
<b>6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>91</b>
<b>7 ANEXOS .....</b>	<b>96</b>
7.1 ANÁLISE VIA JANELAS MÓVEIS .....	96
7.2 ALFAS DE JENSEN DOS MODELOS FINAIS DA ANÁLISE VIA SUAVIZADOR DE KALMAN	109
7.3 DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA DE QUE A TAXA DE ADMINISTRAÇÃO PAGA NA CARTEIRA CONSTRUÍDA É MENOR QUE A DO FUNDO MODERADO/AGRESSIVO REFERENTE .....	114

## 1 INTRODUÇÃO

Após a introdução do Plano Real em 1994 e posteriormente do sistema de metas para a inflação em 1999, o Brasil passou por um período de relativa estabilidade econômica, com redução nas taxas de juros e manutenção da inflação em níveis historicamente controlados.

Esse cenário de relativa estabilidade passou a permitir que as famílias tenham um planejamento mais de longo prazo, o que era bastante difícil e arriscado nos tempos de alta inflação e instabilidade econômica. Nessas condições de normalidade, a hipótese do ciclo de vida de Modigliani (1986) se aplica. Com isso, os indivíduos podem poupar durante os estágios iniciais da vida para que possam manter seu padrão de vida ao alcançar a aposentadoria.

Daí surge o conceito de previdência, que segundo o dicionário significa o ato de se preparar com antecedência. Em termos financeiros seria semelhante à hipótese de Modigliani (1986), onde o indivíduo forma uma reserva financeira nos estágios iniciais da vida como forma de estar seguro para algum evento futuro, como manter o padrão de vida na aposentadoria, doença ou acidente.

No Brasil existe um sistema de previdência compulsória, que é feita através do sistema da Previdência Social, a qual funciona como um seguro controlado pelo governo, ao garantir que o trabalhador continue a receber determinado valor na aposentadoria, além de amparar os contribuintes em caso de gravidez, acidente ou doença. Porém, confiar a aposentadoria integralmente ao sistema da Previdência Social pode apresentar alguns sérios problemas.

O primeiro problema é que o modelo de Previdência Social brasileiro é o de Regime de Repartição Simples e funciona em regime de caixa. Assim, as contribuições dos trabalhadores ativos garantem os pagamentos dos beneficiados. O equilíbrio do modelo se dá quando o fluxo arrecadado é superior ao fluxo de pagamentos dos benefícios, o que exige certa estabilidade demográfica e do mercado de trabalho. No caso de uma mudança grande no perfil demográfico ou no mercado de trabalho, o futuro do modelo atual de Previdência Social pode se comprometer. De fato, Caetano (2006) fez um estudo em que coloca o Brasil no quadrante de combinação menos favorável à sustentabilidade da previdência, levando-se em conta

o número de aposentados (como % da renda *per capita*) por contribuintes (como % da força de trabalho).

Outro problema em confiar a poupança somente ao sistema da Previdência Social é que o atual modelo é um sistema de Benefício Definido (BD), calculado através de uma determinada taxa de reposição de renda, e os valores máximos das pensões são previamente definidos. Por exemplo, no dia 04 de abril de 2015 o valor máximo estipulado para o benefício de aposentadoria era de R\$ 4.663,75. Portanto, caso o indivíduo deseje receber mais do que esse valor ao se aposentar, a fim de manter seu padrão de vida, ele deverá investir sua poupança em algum regime de previdência adicional.

Na composição de sua carteira previdenciária, o investidor brasileiro tem diversos ativos disponíveis no mercado, entre os quais se destacam os planos de previdência complementar abertos (também chamada de previdência privada aberta), que com a reforma do sistema previdenciário brasileiro de 1998, passaram a contar com um novo aparato legal e a ter um papel bem mais relevante no país (BELTRÃO et al., 2004).

Tais planos de previdência privada possuem vantagens em relação a fundos tradicionais de investimento. Por exemplo, o imposto de renda é diferido para quando houver resgates apenas (ao contrário do come-cotas de fundos tradicionais) e existe a possibilidade de uma tabela de IR regressiva, bem mais generosa para com investidores de longo prazo. Tais planos são ainda estruturados como Fundos de Investimento Especialmente Constituídos (FIE), geridos por gestores profissionais, devidamente certificados pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA). Para maiores detalhes a respeito de planos de previdência privada e um estudo minucioso a respeito de suas vantagens, ver Campani & Costa (2015).

O foco desse trabalho será justamente nessa classe de ativos que tem se destacado cada vez mais entre as alternativas de investimento do mercado brasileiro, os fundos de previdência privada. Mais especificamente, sabendo que PGBL e VGBL representam em torno de 90% do mercado brasileiro dessa modalidade, o foco será nos FIEs de planos de previdência privada PGBL e VGBL das instituições mais relevantes em termos de patrimônio no Brasil, mais precisamente, Bradesco vida e previdência S.A, Brasilprev seguros e previdência S.A., Itaú vida e previdência S.A, Zurich Santander Brasil seguros e previdência S.A. e Caixa vida e previdência S.A.

Essas instituições de previdência privada têm como característica a cobrança de elevadas taxas de administração em seus fundos (a média para fundos de previdência renda fixa nessas instituições é de 2% a.a.), principalmente ao se tratar de investidores de pequeno porte (com até R\$ 100.000,00 investidos). Essas taxas só são justificadas caso haja uma gestão ativa desses fundos, gerando em teoria performance superior. Caso seja possível replicar a performance desses fundos através de ativos livres de taxa de administração, tal patamar de taxas de administração não seria razoavelmente justificável.

Segundo o jornal Financial Times<sup>1</sup>, recentemente alguns países europeus, liderados pela Suécia, começaram a investigar fundos que cobram altas taxas de administração por uma gestão ativa enquanto têm na realidade uma gestão que pode ser considerada passiva, replicando a performance de índices conhecidos de mercado. O debate sobre esse assunto, seja no meio acadêmico quanto em órgãos reguladores internacionais está crescendo e, segundo o Financial Times, a pressão em cima desses fundos chamados *closet trackers* (em tradução livre para português: seguidores de índice enrurstidos) está começando a ganhar força em toda a Europa.

Com isso, o objetivo desse trabalho é lançar luz e iniciar o debate sobre esse assunto no Brasil. Isso será realizado através de uma análise dinâmica de estilos, baseada em retorno, de fundos brasileiros de previdência privada, a fim de se analisar as exposições dinâmicas desses fundos às principais classes de ativos do mercado brasileiro.

Assim, será possível discutir se os fundos de previdência privados estão atendendo ao que é esperado deles pelos investidores, seja em termos de performance acima de um benchmark passivo, em termos de taxas cobradas em relação ao nível de atividade do fundo, ou em termos de cumprimento das estratégias autodeclaradas por eles (i.e., relação entre renda variável vs. renda fixa e estratégias de curto ou longo prazo).

<sup>1</sup> Nos seguintes artigos:

MARRIAGE, Madison. Sweden begins crackdown on closet trackers. Financial Times, 22 março 2015. Disponível em: <<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/d39d9a08-cf22-11e4-b761-00144feab7de.html#axzz3bGjZKfWl>>. Acesso em: 25 de maio de 2015.

MARRIAGE, Madison. Sweden pledges to investigate closet trackers. Financial Times, 15 fevereiro 2015. Disponível em:

<<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/8b159d1a-b39f-11e4-9449-00144feab7de.html#axzz3bGjZKfWl>>. Acesso em: 25 de maio de 2015.

MARRIAGE, Madison. The future is bleak for closet trackers. Financial Times, 7 dezembro 2014. Disponível em: <<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/0aba6a9c-7bb9-11e4-a695-00144feabdc0.html#axzz3bGjZKfWl>>. Acesso em: 25 de maio de 2015.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será detalhada a revisão tanto histórica quanto teórica feita ao longo do desenvolvimento deste trabalho. A parte histórica trata sobre a previdência no Brasil, a fim de explicitar sua importância e crescente relevância no cenário nacional. Já a revisão teórica começa com a explicação sobre análise de estilo e vai até o detalhamento da teoria de filtro de Kalman, visando fundamentar e lançar as bases para a metodologia proposta no terceiro capítulo dessa dissertação.

### 2.1 PREVIDÊNCIA NO BRASIL

#### 2.1.1 Breve histórico

Os sistemas previdenciários ao redor do mundo surgiram a partir de um senso comum de que todo ser humano deve ter direito a um nível de vida digno ao longo de toda sua vida. A situação torna-se mais relevante especialmente durante sua aposentadoria, época em que a pessoa não mais gera riqueza com sua força de trabalho. Com isso, os sistemas previdenciários foram criados, com o intuito de garantir um padrão de qualidade de vida mínimo aos contribuintes durante a fase de aposentadoria.

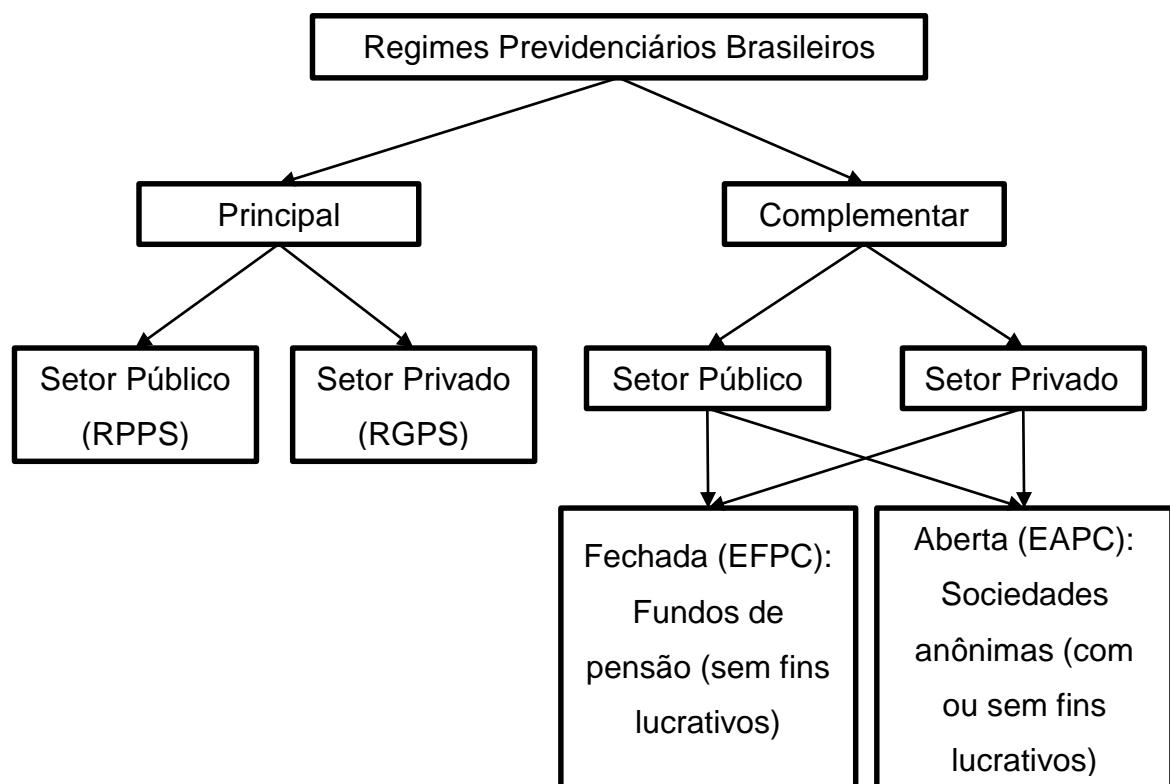
No caso do Brasil, segundo Beltrão et al. (2004) o marco inicial do sistema previdenciário oficial (Previdência Social) – fornecido pelo Estado – se deu em 1923, com o Decreto nº 4.682, de 24 de janeiro de 1923, também conhecido como Lei Elói Chaves. Essa lei visava a criação de uma Caixa de aposentadorias e pensões para empregados das empresas ferroviárias. Com o avanço da industrialização no país, houve uma consequente maior atenção às garantias trabalhistas, o que incentivou o surgimento de vários “Institutos de Aposentadoria e Pensões”. Em 1966 esses Institutos foram unificados em um único órgão, que mais à frente se tornou o atual Instituto Nacional do Seguro Social (INSS) (Cartilha da Previdência - Brasilprev, 2015).

Já a Previdência Privada (PP) brasileira tem origem mais antiga, porém controversa. Segundo a Superintendência de Seguros Privados (SUSEP), o surgimento da previdência privada remonta à criação do Montepio Geral de Economia dos Servidores do estado (MONGERAL) em 10 de janeiro de 1835, que pela primeira

vez oferecia planos com características de facultatividade e mutualismo. Por sua vez, Beltrão et al. (2004), assim como a cartilha sobre previdência da Brasilprev, citam a criação da Caixa de Aposentadorias e Pensões (CAP) do Banco do Brasil como o marco inicial da previdência privada. O fato é que seu surgimento é de difícil precisão, pois vem de um processo de evolução de institutos privados de socorro mútuo e pensão.

### 2.1.2 Previdência Social vs. Previdência Complementar

No Brasil, a previdência tem duas vertentes regulamentadas, como mostra a figura 1: o regime principal e o complementar. O regime previdenciário principal, também chamado de Previdência Social (PS), é de responsabilidade do Estado. Ele tem caráter obrigatório e visa substituir a renda, ou pelo menos parte dela, quando o contribuinte perde a capacidade de gerá-la, como no caso de doenças, invalidez ou aposentadoria. Já o regime complementar tem caráter facultativo, de administração privada e visa proporcionar ao segurado, de acordo com sua capacidade, necessidade e vontade, uma proteção previdenciária adicional.



**Figura 1:** Regimes previdenciários brasileiros.

**Fonte:** Adaptação do autor, baseado na figura de Amaral (2013), pg. 30.

Ainda segundo a figura 1 podemos ver que dentro do regime principal existem dois regimes próprios, o Regime Geral de Previdência Social (RGPS) e o Regime Próprio de Previdência Social (RPPS), ambos de adesão obrigatória. O RGPS cuida dos trabalhadores do setor privado, regidos pela Consolidação das Leis do Trabalho (CLT), já o RPPS é o responsável pelo funcionalismo público, conforme o artigo 40 da Constituição Federal.

O regime complementar, também chamado de Previdência Privada, tem caráter facultativo e se divide em dois tipos de entidades, as entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) e as Entidades Abertas de Previdência Complementar (EAPC).

As EFPC também são conhecidas como Fundos de Pensão (FP), se organizam como entidades civis sem fins lucrativos e são acessíveis a grupos específicos de trabalhadores, ou entidades de classe. Existem EFPC destinadas somente a funcionários públicos, como as Fundações de Previdência Complementar do Servidor Público Federal dos Poderes Legislativo, Executivo e Judiciário (Funpresp-Leg, Funpresp-Exe e Funpresp-Jud), assim como EFPC para empregados de determinadas empresas, associações, sindicatos ou entidades de classe.

Já as EAPC estão acessíveis a todos, independente da empresa, associação ou classe à qual pertençam. Operam como sociedades anônimas, que podem ou não ter fins lucrativos e os contribuintes podem aderir através de planos individuais ou coletivos. A sua constituição depende de autorização do Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP), que juntamente com a Superintendência de Seguros Privados (Susep), são vinculados ao Ministério da Fazenda. O CNSP funciona como órgão normativo e a Susep como supervisor.

### **2.1.3 O desenvolvimento e importância da previdência privada no brasil**

Apesar de desde os anos 40 o Banco do Brasil já ter instituído a complementação da aposentadoria, segundo Beltrão et al. (2004) o marco legislativo inicial da Previdência Privada (PP) no Brasil se deu em 1977, através da Lei nº 6.435, a qual foi posteriormente alterada pela Lei 6.462, de 9/11/1977, e pelos Decretos 81.240 e 81.402 de 1978.

Com o desenvolvimento e consequente aumento de renda do país, a previdência privada tem se tornado cada vez mais importante. Segundo a Cartilha de previdência da Brasilprev, foi a partir da década de 1990, com a estabilidade monetária alcançada pelo plano real, que a previdência privada apresentou o crescimento mais pronunciado. Tornando-se cada dia mais procurada pela população, ela não é mais apenas um complemento à Previdência Social, mas também ajuda na realização de projetos de vida.

A PP também tem sido reconhecida como um meio de resolver diversos problemas de quem depende somente da PS brasileira, além de representar um tipo atrativo de ativo para se ter em uma carteira de investimentos. Um dos maiores problemas para quem depende exclusivamente da PS consiste no fato desta possuir um teto de recebimento na aposentadoria, que no dia 04 de abril de 2015 era de apenas R\$ 4.663,75.

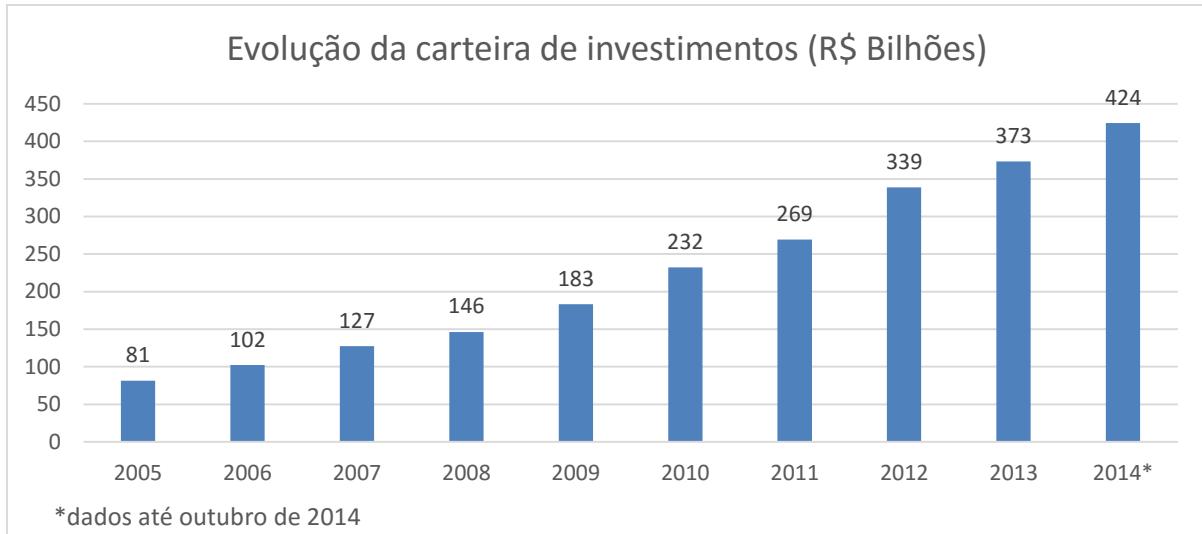
O modelo de Previdência Social brasileiro é o de Regime de Repartição Simples e funciona em regime de caixa. Assim, as contribuições dos trabalhadores ativos garantem os pagamentos dos beneficiados. O equilíbrio do modelo se dá quando o fluxo arrecadado é superior ao fluxo de pagamentos dos benefícios. Atualmente a PS vem operando com um déficit da ordem de 58 bilhões de reais por ano (acumulado 12 meses, janeiro a dezembro de 2014, Informe do Ministério da Previdência Social, Janeiro 2015). Esse déficit só vem sendo sustentável pois a PS é parte integrante do sistema da Seguridade Social, definido no artigo 194 da Constituição Federal, composto pelo tripé Saúde, Assistência Social e Previdência Social. Com isso ela recebe recursos não só da contribuição previdenciária dos trabalhadores ativos, mas também de diversas outras fontes, como define o artigo 195 da Carta Maior, entre eles: Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (COFINS), Contribuição Social sobre o Lucro Líquido (CSLL), Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira (CPMF, quando ativa) e Contribuições sobre a Receita de Concursos de Prognósticos (Loterias) entre outros.

Muitos são os autores que reconhecem os problemas enfrentados pelo atual modelo da PS e argumentam quanto a sua sustentabilidade de longo prazo, como por exemplo os estudos de Schwarzer, Pereira e Paiva (2009), Pinheiro (2008), Caetano (2006a e 2006b), Bispo (2004), Vianna (2002) e Najberg e Ikeda (1999). Vianna (2002), por exemplo, faz a seguinte afirmação: “Sem dúvida, o equilíbrio das contas, a persistir o adverso contexto de escassez e desemprego, constitui um

desafio, no médio prazo, que deve ser enfrentado desde já. ". Já no estudo de Caetano (2006a), levando-se em conta o número de aposentados (como % da renda *per capita*) e contribuintes (como % da força de trabalho) de diversos países, ele verifica que o Brasil se encontra no quadrante de combinação menos favorável à sustentabilidade da previdência.

Com isso, caso o contribuinte deseje se proteger de qualquer problema futuro com o sistema atual de PS, ou mesmo deseje ter uma renda na aposentadoria maior do que o teto de R\$ 4.663,75 (valor de 2015), ele deve aderir a um plano de previdência complementar. Outra alternativa seria gerir seu próprio patrimônio, investindo de forma a ter uma renda maior na aposentadoria. Porém, mesmo na hipótese de o próprio investidor gerir seu patrimônio sozinho, mantendo uma carteira diversificada de ativos, a previdência privada teria seu lugar nessa carteira, por apresentar diversos benefícios. Além do benefício da própria diversificação, existem outros benefícios que o governo oferece, tais como a ausência de come-cotas ao longo de toda fase de poupança, a postergação do pagamento do IR sobre até 12% da renda bruta e a possibilidade de uma tabela regressiva de IR (onde o contribuinte chega a pagar a alíquota de apenas 10% caso o montante tenha sido investido por mais de 10 anos). Há de se citar também o uso de planos de previdência privada em planos de herança, pois o montante oriundo de planos de previdência não entra em inventário, ficando isento do imposto de transmissão (existente sobre heranças ou doações).

Tudo isso, combinado com o período de desenvolvimento e relativa estabilidade econômica das últimas décadas, levou a um expressivo crescimento da PP no Brasil. Como podemos ver no gráfico 1, com dados da Fenaprevi, a carteira de investimentos do setor de Previdência Complementar Aberta teve uma taxa de crescimento anual composta (CAGR) da ordem de 20% entre os anos de 2005 e 2014.



**Gráfico 1:** Evolução da carteira de investimentos das EAPCs.

**Fonte:** Dados da Fenaprevi, 2014.

## 2.1.4 Tipos de planos de previdência privada (aberta) no Brasil

A Susep define como um plano “o conjunto de direitos e obrigações, conforme descrito no regulamento e na respectiva Nota Técnica Atuarial (NTA) do contrato”. Em outras palavras, um plano de previdência aberta nada mais é do que um conjunto de regras, direitos e obrigações sobre a forma de financiamento e pagamento de diversos benefícios previdenciários passíveis de contratação. Esses conjuntos de regras, ou planos, são sempre elaborados pelas Entidades de Previdência e devem ser aprovadas pelo órgão fiscalizador (no caso, o CNSP).

O foco desse trabalho será na previdência complementar aberta, pois é ela que está acessível a toda a população, independente da empresa, associação ou classe a que pertençam. Portanto o detalhamento dos planos a seguir será feito para os planos de previdência privada das EAPCs, obrigatoriamente subordinadas à Susep.

Beltrão et al. (2004) cita que: “Pela nova legislação, as EAPCs são representadas por companhias de seguros (muitas vezes, braços de bancos), ou entidades criadas à sua semelhança, exclusivamente na forma de sociedades anônimas, com fins lucrativos”. As entidades abertas que anteriormente a essa legislação eram sem fins lucrativos tiveram o prazo de 2 anos para se enquadrarem às novas regras, sendo que foi permitida a manutenção de sua organização jurídica, porém vedada a sua participação em outras pessoas jurídicas, sendo exceções os

casos de participação acionária minoritária em sociedades anônimas de capital aberto e em sociedade seguradora e/ou de capitalização.

A Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001, assegura aos participantes de todos os planos o direito à portabilidade, inclusive para plano de benefício de entidade fechada, e ao resgate de recursos das reservas técnicas, provisões e fundos, total ou parcialmente, durante a fase de poupança. Os planos podem ser individuais ou coletivos, quando acessíveis a quaisquer pessoas físicas ou a pessoas físicas vinculadas a uma ou várias pessoas jurídicas, respectivamente.

A Susep define os tipos de benefícios que os planos podem oferecer da seguinte forma:

- Renda por Sobrevivência: é o famoso benefício de renda na aposentadoria. É a renda a ser paga ao participante do plano que sobreviver ao prazo de diferimento contratado (o prazo de diferimento representa a fase de poupança do contribuinte).
- Renda por Invalidez: renda a ser paga caso o beneficiado entre em um estado de invalidez total e permanente, desde que cumprido o prazo de carência contratual.
- Pensão por Morte: renda a ser paga ao(s) beneficiário(s) indicado(s) na proposta em caso de morte do participante, desde que cumprido o prazo de carência contratual.
- Pecúlio por Morte: pagamento único ao(s) beneficiário(s) indicado(s) na proposta de inscrição, em caso de morte do participante, desde que cumprido o prazo de carência contratual.
- Pecúlio por Invalidez: pagamento único ao participante, caso ele entre em um estado de invalidez total e permanente, desde que cumprido o prazo de carência contratual.

Baseada nesses tipos de benefícios, a Susep, juntamente com as EAPCs, criou os planos padrões, que atualmente são comercializados pelo mercado de previdência complementar aberta. Os planos dividem-se em dois tipos: os Planos de Risco, que abrangem os benefícios de Pecúlio por Morte, Pecúlio por Invalidez, Pensão por Morte e Renda por Invalidez e os Planos de Aposentadoria, que cobrem o benefício de Renda por Sobrevivência.

Importante frisar que segundo a nova legislação, todos os planos atuais de PP são estruturados como fundos de investimento especiais (Fundos de Investimento Especialmente Constituídos - FIE), que não adotam remuneração fixa e não têm garantia de rendimentos. Os únicos autorizados a terem cotas dos FIEs são as Sociedades Seguradoras, Resseguradoras, de Capitalização ou EAPCs, direta ou indiretamente.

Dentro do segmento de Planos de Aposentadoria, a Susep define cinco tipos distintos:

- Plano Gerador de Benefícios Livre (PGBL);
- Plano com Remuneração Garantida e Performance (PRGP);
- Plano com Atualização Garantida e Performance (PAGP);
- Plano com Remuneração Garantida e Performance sem Atualização (PRSA);
- Plano de Renda Imediata (PRI).

Todos eles oferecem benefício fiscal, permitindo deduzir o valor das contribuições anuais da base de cálculo do imposto de renda, observando-se o limite de 12% de sua renda tributável. O imposto de renda, porém, incidirá sobre toda a renda no momento do resgate, segundo tabela progressiva vigente ou segundo tabela regressiva, exclusiva de tais planos. A tabela regressiva (que deve ser escolhida no momento de contratação do plano!) começa com alíquotas de 35% para retiradas de montantes investidos por até 2 anos, mas chega a apenas 10%, caso o montante tenha ficado investido no plano por no mínimo 10 anos.

Tais planos também permitem portabilidade entre si. As características desses planos segundo a Susep podem ser comparadas no quadro 1 a seguir (vale ressaltar que planos que garantem taxa real de juros anual não poderão estabelecer um valor acima de 6%).

**Quadro 1:** Planos de benefício de aposentadoria.

<b>Planos</b>	<b>Definição segundo a Susep</b>
<b>PGBL</b>	O critério de remuneração da provisão matemática de benefícios a conceder é a rentabilidade da carteira de investimentos do FIE instituído para o plano. O Plano PGBL poderá ter sua carteira de investimentos estruturada sob as seguintes modalidades: Soberano (títulos do governo), Renda Fixa ou Composto (até 49% em Renda Variável).
<b>PRGP</b>	Garante remuneração por taxa de juros efetiva anual e índice de atualização de valores, conforme regulamento. Durante o período de diferimento, haverá apuração de resultados financeiros. O percentual de reversão de resultados financeiros estará previsto no regulamento. A apuração de resultados financeiros à época de concessão do benefício é facultativa, podendo ser utilizado o mesmo FIE do período de diferimento.
<b>PAGP</b>	Garante remuneração por índice de atualização de valores, conforme regulamento. Durante o período de diferimento, haverá apuração de resultados financeiros. O percentual de reversão de resultados financeiros estará previsto em regulamento. A apuração de resultados financeiros à época de concessão do benefício é facultativa, podendo ser utilizado o mesmo FIE do período de diferimento.
<b>PRSA</b>	Garante remuneração por taxa de juros nominal anual, conforme regulamento. Durante o período de diferimento, haverá apuração de resultados financeiros. O percentual de reversão de resultados financeiros estará previsto em regulamento e não poderá ser inferior a 95%. A apuração de resultados financeiros à época de concessão do benefício é facultativa, podendo ser utilizado o mesmo FIE do período de diferimento.
<b>PRI</b>	O pagamento começa logo após o aporte único, sob a forma de renda imediata. A apuração de resultados financeiros é facultativa. O percentual de reversão de resultados financeiros estará previsto em regulamento.

**Fonte:** Dados da Susep, 2015. Disponível em: <<http://www.susep.gov.br/menu/informacoes-ao-publico/planos-e-produtos/previdencia-complementar-aberta#planorisco>>.

Além dos cinco planos citados, outro tipo de produto muito importante no mercado brasileiro é o Vida Gerador de Benefícios Livre (VGBL). O VGBL foi inspirado no PGBL, porém foi constituído como um seguro de vida com cobertura em caso de sobrevivência. A Resolução 49/2001 do CNSP, foi a que estruturou a operação dos planos de cobertura e critérios para a operação dos planos com cobertura por sobrevivência, mais tarde as Resoluções CNSP 140/2005 e 148/2006 também vieram a tratar desse assunto.

A partir dessa resolução da CNSP a Susep definiu também os tipos de planos do tipo vida, ou seja, seguro com cobertura por sobrevivência a serem comercializados pelas EAPCs:

- Vida Gerador de Benefício Livre (VGBL);
- Vida com Remuneração Garantida e "Performance" (VRGP);
- Vida com Remuneração Garantida e "Performance" sem Atualização (VRSA);
- Vida com Atualização Garantida e "Performance" (VAGP);

- Vida com Renda Imediata (VRI);
- Dotal Puro;
- Dotal Misto;
- Dotal Misto com Performance.

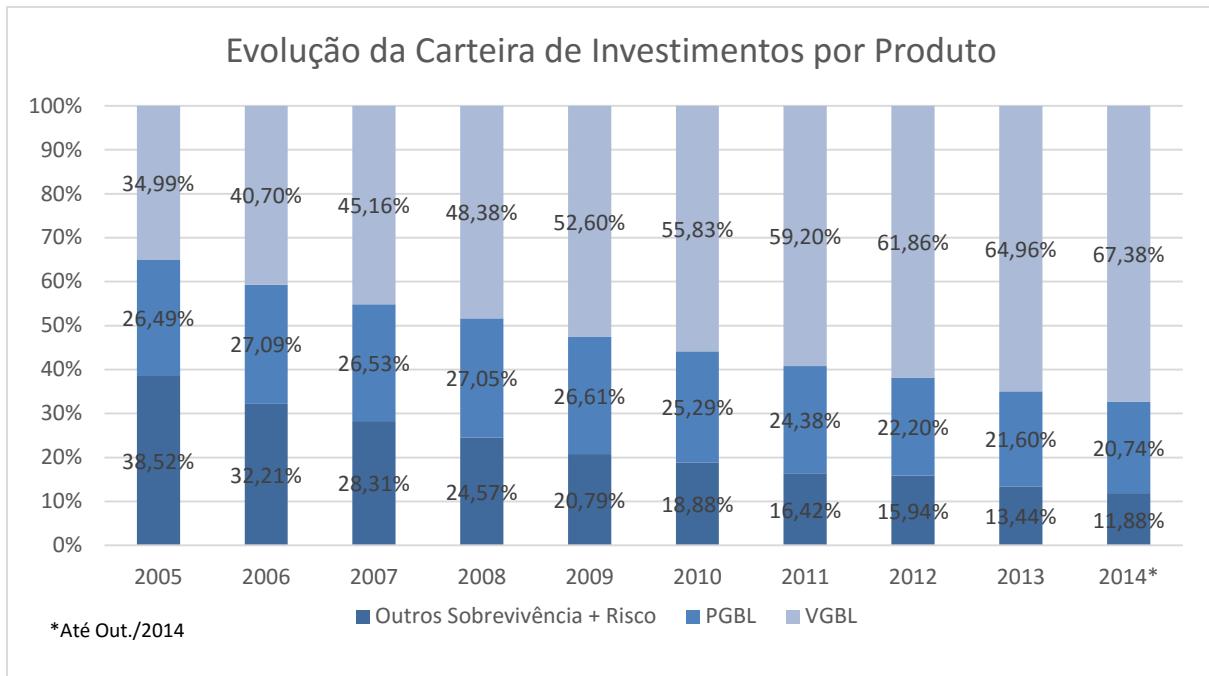
Esses planos denominados vida não contam com o mesmo benefício fiscal oferecido aos planos padrões de aposentadoria do quadro 1. Porém, segundo a Susep: “a alíquota do imposto de renda incidirá somente sobre os rendimentos e ganhos auferidos nas aplicações de recursos das provisões e reservas técnicas e não sobre o valor total resgatado ou percebido a título de indenização”. As características desses planos ser comparadas no quadro 2. Eles também permitem portabilidade entre si, porém não existe portabilidade entre os planos do quadro 1 e os planos do tipo vida, por constituírem tipos de planos (principalmente de naturezas fiscais) diferentes. O quadro 2 fornece detalhes dos 3 novos planos instituídos exclusivamente sob a forma vida. Os outros 5 planos vida seguem as mesmas orientações de seus respectivos planos de previdência explicitados no quadro 1.

**Quadro 2:** Tipos de planos de seguro de pessoa, com cobertura por sobrevivência.

Planos	Definição segundo a Susep
<b>Dotal Puro</b>	Garante aos segurados, durante o período de diferimento, remuneração por meio da contratação de índice de atualização de valores, taxa de juros e, opcionalmente, tábua biométrica, sem reversão de resultados financeiros, sendo o capital segurado pago ao segurado sobrevivente ao término do período de diferimento.
<b>Dotal Misto</b>	Oferece tudo que o Dotal Puro contempla, com a adição da cobertura de morte durante o período de diferimento
<b>Dotal Misto com Performance</b>	Garante o mesmo que o Dotal Misto, acrescido de reversão parcial ou total dos resultados financeiros. Todos esses três planos são obrigatoriamente estruturados na modalidade benefício definido.

**Fonte:** Dados da Susep, 2015. Disponível em: <[http://www.susep.gov.br/menu/informacoes-ao-publico/planos-e-produtos/seguros/seguro-de-pessoas#3\\_-\\_Tipos\\_de\\_plano\\_>](http://www.susep.gov.br/menu/informacoes-ao-publico/planos-e-produtos/seguros/seguro-de-pessoas#3_-_Tipos_de_plano_>)>.

Os principais produtos vendidos no mercado de previdência privada brasileiro atualmente, como podemos ver pelos dados da Fenaprevi no gráfico 2, são o VGBL e o PGBL. Juntos, esses dois planos representam em torno de 90% do mercado em termos de carteira de investimento. Em termos de vendas atuais, esse índice cresce para algo acima de 95%. Por essas razões, eles serão o foco desse trabalho.



**Gráfico 2:** Evolução da carteira de investimentos das EAPCs por produto.

**Fonte:** Dados da Fenaprevi, 2014.

Como características comuns aos planos PGBL e VGBL, temos uma ausência de rentabilidade mínima garantida na fase de acumulação dos recursos (também chamado de período de diferimento). A rentabilidade de ambos é dada pela rentabilidade dos FIEs onde os recursos serão aplicados. Aliás, tais planos se assemelham em todos os quesitos, à exceção do tratamento tributário: se aportes ao PGBL podem ser deduzidos da renda bruta tributável (ao limite de 12%), retiradas do VGBL são tributadas apenas na parte proporcional dos juros (e não no principal aportado, ao contrário dos PGBLs).

Esses fundos para aplicação de recursos de PGBLs e VGBLs podem variar desde os mais agressivos, que podem parcialmente investir em renda variável, até os mais conservadores, que investem somente em títulos públicos. A Susep regulamenta três tipos principais de planos por tipo de investimento:

- Plano do Tipo Soberano: Investe somente em títulos de emissão do Tesouro Nacional e/ou do Banco Central e créditos securitizados do Tesouro Nacional;
- Plano do Tipo de Renda Fixa: A mesma aplicação do plano soberano mais investimentos de renda fixa.
- Plano do Tipo Composto: Investe também nas demais modalidades, porém limitando os investimentos em renda variável a 49% do patrimônio líquido do FIE.

Dentro desses tipos as instituições podem criar subtipos como elas queiram, desde que respeitadas as características dos três tipos definidos pela Susep. Podem ser criados, por exemplo, planos do tipo composto limitados a 25% de renda variável (algumas vezes chamados pelas instituições de planos moderados), ou mesmo planos que variem renda variável de 49% a 0% conforme a fase da vida do beneficiado evolui.

Importante ressaltar que para o beneficiado a rentabilidade do FIE não é bruta, de forma que ele deve estar atento aos custos envolvidos na operação, como as taxas de carregamento e administração: enquanto a primeira taxa praticamente inexiste em fundos tradicionais, a segunda é reconhecidamente maior para planos de previdência. Isso foi confirmado no trabalho de Amaral (2013), onde a autora fez uma comparação entre fundos de previdência e os tradicionais e concluiu que os últimos cobram taxas de administração maiores que os primeiros. Quanto maiores esses custos, menos recursos ficarão na provisão que o beneficiado tem a receber.

Para este trabalho, serão selecionados os FIEs dos principais tipos de planos de PGBL e VGBL, das principais instituições financeiras do Brasil. Como o objetivo é conduzir uma análise de estilos, as rentabilidades dos FIEs serão utilizadas sem custos (ou seja, cheias). A explicação para isso é que os custos iriam gerar um ruído desnecessário na análise, dado que o objetivo é descobrir quais classes de ativos e o quanto elas contribuem para as rentabilidades cheias dos FIEs.

## 2.2 ANÁLISE DE ESTILO BASEADA EM RETORNO

### 2.2.1 A análise de estilo baseada em retorno proposta por Sharpe

Segundo Varga & Valli (1998), pioneiros na introdução da análise de estilo no Brasil, a classificação dos fundos de investimentos disponíveis no mercado quanto a sua exposição a diferentes classes de ativos – cada uma carregando um tipo de risco diferente – é um problema de extrema importância para investidores. Eles precisam conhecer as fontes de riscos e estratégias de alocação de recursos às quais suas carteiras de investimentos estão expostas, de forma a montarem carteiras ideais para cada diferente perfil.

Para resolver esse problema, Sharpe (1988, 1992) propôs uma abordagem estatística, que compara a série de retornos do fundo em análise com a série de retornos de diversos índices representando as classes de ativos às quais o fundo estaria exposto. Idealmente essa escolha de índices deve ser coletivamente exaustiva e mutuamente exclusiva, de forma a não haver multicolinearidade entre os índices que serão usados como variáveis independentes no modelo estatístico.

Sharpe (1992) diz que ao aplicar a metodologia proposta por ele para medir a exposição de um fundo às diversas classes de ativos, é possível determinar quão efetivamente os gestores desse fundo executaram suas funções, assim como determinar o quanto de valor foi adicionado através dessa gestão ativa. Isso é possível ao se comparar o retorno do fundo com o retorno de um *benchmark* passivo de mesmo estilo. Esse benchmark segundo Sharpe, seria calculado iterativamente, pelas exposições encontradas através da metodologia proposta (o chamado estilo do fundo), analisando o período t-60 até t-1, multiplicadas pelos retornos dos índices representativos de cada classe no período subsequente t. Sendo assim se construiria um benchmark de comparação, com base sempre em dados fora da amostra (*out-of-sample*).

Além de ajudar a medir a performance dos gestores de fundos, essa metodologia foi aplicada posteriormente por diversos autores para resolver os mais diversos tipos de problemas. Como exemplos podemos citar os trabalhos de Agarwal & Naik (2000a) e Brown & Goetzmann (2003), que usaram a metodologia para prever performance futura de fundos, analisando a influência do estilo na determinação da persistência dos resultados. Temos ainda os trabalhos de Brown & Goetzmann (1997) e Dibartolomeo & Witkowski (1997) entre outros, que usaram a metodologia de Sharpe para classificar os fundos segundo seu estilo, verificando que em grande parte dos casos os fundos eram auto classificados de maneira equivocada. Essa má classificação, que gera falta de transparência, pode facilmente levar o investidor a uma alocação subótima de capital, já que ele precisa de informações claras para montar seu portfólio. Como podemos perceber, as aplicações da técnica de análise de estilos são variadas e deste modo ela se tornou uma importante ferramenta em finanças tanto no meio acadêmico quanto no de negócios.

A metodologia proposta por Sharpe (1992), que veio a ficar conhecida pelo nome de análise de estilo baseada no retorno (em inglês *Return Based Style Analysis*

- RBSA) consiste em usar um modelo de fatores de classes de ativos. Uma representação genérica de um modelo de fatores seria:

$$\tilde{R}_i = [b_{i1}\tilde{F}_1 + b_{i2}\tilde{F}_2 + \dots + b_{in}\tilde{F}_n] + \tilde{\epsilon}_i \quad (1)$$

na qual  $\tilde{R}_i$  representa o retorno do fundo  $i$ ,  $\tilde{F}_1$  representa o valor do fator 1,  $\tilde{F}_2$  o valor do fator 2,  $\tilde{F}_n$  o valor do enésimo (último) fator e  $\tilde{\epsilon}_i$  o componente do retorno que não é explicado pelos fatores. Os  $b_{ij}$  representam as sensitividades de  $\tilde{R}_i$  aos fatores  $\tilde{F}_j$ . Todos esses valores não são conhecidos anteriormente ao fato, por isso os tis.

Sharpe (1992) considera sua metodologia uma particularização desse tipo de modelo genérico de fatores. Em seu modelo proposto cada fator representa o retorno de uma classe de ativos. As sensitividades, a fim de representarem os pesos dessas classes no portfólio, devem somar 100% (no caso de não haver alavancagem) e individualmente estarem entre 0 e 100% (na hipótese de não haver venda a descoberto). Com isto, o retorno de um fundo  $i$  seria representado pelo retorno de um portfólio investido em  $n$  classes de ativos - retorno esse dado pela soma entre colchetes da equação (1) mais um componente residual ( $\tilde{\epsilon}_i$ ). Ele ainda interpreta essa soma entre colchetes como uma representação do estilo do fundo, enquanto o resíduo seria atribuível à seleção específica e dinâmica (ou seja, ativa) dos ativos.

Estamos diante de um problema de programação quadrática, já que o objetivo do modelo é maximizar o poder de explicação do índice pelos fatores, sujeito a algumas restrições. Sharpe (1992) usa o  $R^2$  como medida de eficiência do modelo. O  $R^2$  é definido para o fundo  $i$  conforme a equação 2:

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Var}(\tilde{\epsilon}_i)}{\text{Var}(\tilde{R}_i)} \quad (2)$$

Portanto, o problema consiste em maximizar o  $R^2$ , definido pela equação 2, dadas as seguintes restrições:

$$\bullet \quad \sum_1^n b_{ij} = 100\% \quad (3)$$

$$\bullet \quad 0 \leq b_{ij} \leq 100\%, \forall j \in \{0,1,\dots,n\} \quad (4)$$

Importante lembrar que essas restrições foram as propostas por Sharpe (1992) simplesmente por que elas representavam a política de investimento dos fundos que ele estava analisando. Caso as políticas do fundo a ser analisado sejam diferentes, essas restrições devem ser adaptadas (ou algumas acrescentadas) de

forma condizente. De fato, o modelo proposto por Sharpe foi mais tarde generalizado por diversos autores, como Agarwal & Naik (2000b, 2004) e Fung & Hsieh (1997, 2002), possibilitando usar o modelo até mesmo no caso de fundos com alavancagem e vendas a descoberto.

Outra observação importante, feita por Sharpe (1992) em seu trabalho, foi sobre uma interpretação do valor do  $R^2$ , que pode ser atribuído ao estilo do fundo, ou seja, ele indica a parte dos retornos do fundo que pode ser explicada pelo seu estilo, enquanto o restante ( $1 - R^2$ ) pode ser atribuído à seletividade do gestor. Sendo assim, o  $R^2$  pode ser usado também como medida do nível de atividade vs. passividade da gestão.

Ao longo do tempo diversos estudos ao redor do mundo passaram a utilizar e melhorar essa técnica proposta por Sharpe. Mais especificamente no Brasil podemos citar alguns trabalhos importantes, como por exemplo: Varga & Valli (1998), já citados neste trabalho, que contribuíram para a sua adoção inicial no país; Linhares (2003), que desenvolveu um importante trabalho a fim de verificar se a aplicação da técnica proposta por Sharpe no mercado brasileiro é justificada; Marques (2006), que utilizou a análise de estilo para verificar a eficiência de fundos de previdência entre 2002 e 2004; Yoshinaga (2007), que fez um estudo utilizando a RBSA para verificar as diferenças entre fundos multimercados com e sem alavancagem; Amaral (2013), que utilizou a análise de estilo para comparar fundos de renda fixa tradicionais com fundos de renda fixa previdenciários e Nunes (2015), que usou a análise para agrupar e definir os grupos de fundos multimercados.

Entre os autores que utilizaram variações e melhorias da RBSA no Brasil podemos citar Marques et al. (2012), Pizzinga et al. (2012) e Schutt & Caldeira (2014), que usaram uma metodologia mais avançada: o filtro de Kalman aplicado à análise de estilo, para determinar como as exposições dos fundos às classes de ativos variam ao longo do tempo. Esse tópico de melhorias da RBSA padrão será melhor detalhado na seção a seguir, já que será utilizado por este estudo.

## 2.2.2 A análise dinâmica de estilo baseada em retorno

Com a utilização da técnica proposta por Sharpe, diversos problemas e tentativas de corrigi-los foram surgindo. Uma das maiores desvantagens do uso da análise de estilo proposta por Sharpe é o fato de ela assumir implicitamente que o estilo de exposições às classes é constante ao longo do tempo.

É exatamente por esse motivo que Fung & Hsieh (1997) explicam que a RBSA simples não funciona tão bem quando aplicada em *hedge funds*. A rotatividade de exposições às diversas classes de ativos é alta e é precisamente por isso que eles conseguem se destacar em termos de performance. Os *hedge funds* não só captam o retorno dos ativos que compõem a carteira, mas também se beneficiam da dinâmica das estratégias adotadas. O modelo proposto por Sharpe se propõe a captar somente o primeiro componente, deixando de capturar as mudanças rápidas de estratégias que se alteram de acordo com as oportunidades de mercado.

Segundo Lhabitant (2009), mesmo não se tratando de *hedge funds*, essa hipótese de que as exposições permanecem constantes ao longo do tempo é muito difícil de ser sustentada. Annaert & Van Campenhout (2007) de fato testaram essa hipótese com dados diários de fundos mútuos europeus e descobriram que em todos os fundos analisados havia pelo menos uma quebra estrutural no estilo durante o período de análise. Portanto, se faz necessário tornar a técnica RBSA dinâmica.

Na literatura sobre o assunto, diversas foram as abordagens para tornar a RBSA dinâmica. Uma das mais utilizadas e também possivelmente a mais simples delas é através do uso de janelas móveis. Arbitra-se um tamanho de janela – Lhabitant (2009), por exemplo, propõe dividir o período de análise em dois – e procede-se a análise nesse período, depois essa janela é “rolada” um intervalo de tempo para frente e é refeita a análise para esse período, repetindo esse procedimento até o final. Dentre os autores que fizeram o uso dessa técnica em seus trabalhos estão Varga & Valli (1998), Linhares (2003), Marques (2006), Gibson & Gyger (2007), Holmes & Faff (2008) e Marques (2009).

Porém, o próprio Lhabitant (2009) – que sugeriu o uso de janelas móveis para resolver o problema da premissa de Sharpe de estilos fixos ao longo do tempo – diz que não há argumentos fortes que justifiquem, do ponto de vista teórico, o uso de janelas móveis na análise de estilo, principalmente o tamanho dessas janelas. Isso cria, de certa forma, uma contradição entre o modelo de estimativa (que assume

exposições constantes ao longo do tempo) e o resultado final (que mostra exposições variando ao longo do tempo).

Markov et al. (2004) ressaltam em seu trabalho diversos outros problemas de tentar capturar a dinamicidade da alocação em diversas classes de ativos através de janelas móveis. Por exemplo, a técnica não lida bem como quebras estruturais, já que suaviza demasiadamente as transições, demorando a capturá-las integralmente. Além disso, no caso de usarmos a versão generalizada da RBSA, Markov et al. dizem que, devido à falta de restrições, muitas vezes as posições mudam de maneira errática inexplicavelmente, indo de muito positivas em um período para muito negativas no período seguinte.

Em seu trabalho, Markov et al. (2004) propõem justamente um método alternativo para lidar com o problema da dinamicidade da alocação nas classes de ativos, chamado *Dynamic Style Analysis* (DSA). Eles propõem um modelo em que as exposições são calculadas em cada ponto, ou seja, existe a suposição de que as exposições são totalmente dinâmicas. Porém, para não chegar a resultados erráticos, como os encontrados com o uso do RBSA generalizado e com janelas móveis, eles inserem uma variável no modelo que representa o *turnover* anual das posições. Com isso, é possível modelar as exposições ponto a ponto usando a variável de *turnover* para suavizar as transições durante a estimativa, através de programação quadrática.

Essa não foi a única alternativa proposta na literatura às janelas móveis para realizar uma análise de estilo dinâmica. De fato, a técnica mais utilizada na literatura para lidar com esse problema consiste em modelá-lo em forma de espaço de estado, utilizar algum método para se estimar os parâmetros desconhecidos e usar um algoritmo recursivo para encontrar os estados. Dentre eles o mais usado e consolidado na literatura sobre o assunto é o filtro de Kalman, que será o método utilizado nesse trabalho e, portanto, melhor detalhado nas próximas sessões.

## 2.3 MODELAGEM EM ESPAÇO DE ESTADO

A modelagem em espaço de estado é somente uma notação conveniente para facilitar a compreensão e a estimativa de modelos estocásticos, nos quais se assumem erros de medida no sistema, podendo assim ser usada para muitos modelos de séries temporais. Segundo Swinkels & Van Der Sluis (2002), esses modelos têm

sido usados extensivamente na área de engenharia há algum tempo, porém mais recentemente essa teoria tem sido muito empregada na área de econometria. Dentre os principais trabalhos nesse campo, destacam-se Harvey (1990) e Durbin & Koopman (2001)<sup>2</sup>, entre outros. Entre seus usos no campo da econometria, Harvey (1990) destaca a modelagem de componentes não observáveis e parâmetros que variam no tempo – que é exatamente o caso da análise de estilo dinâmica – assim como a representação de modelos do tipo ARIMA, ARMA, entre outros.

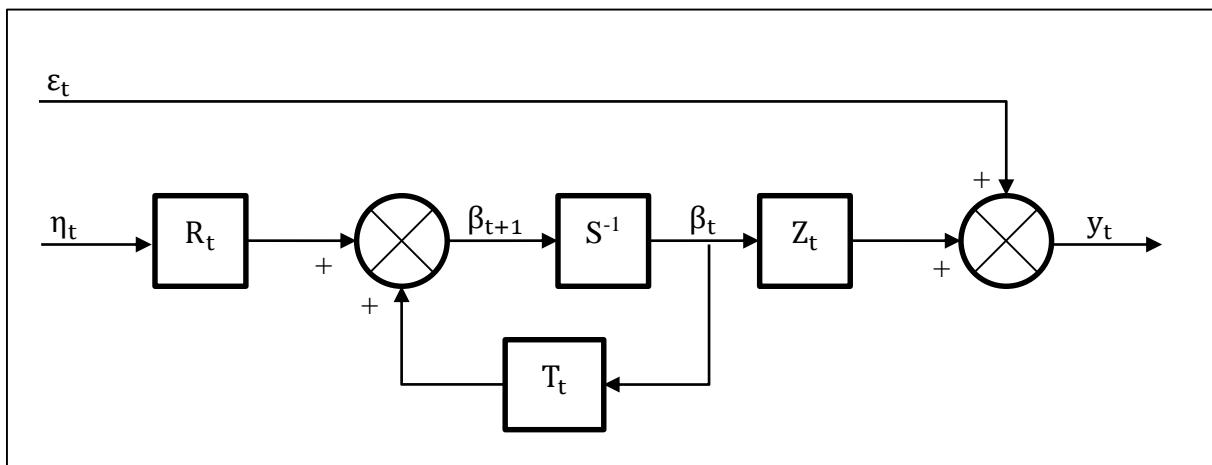
Segundo Durbin & Koopman (2012) um modelo em espaço de estado gaussiano linear pode ser escrito de muitas formas, mas a que eles usam em seu livro e que também será usada nesse trabalho é a seguinte:

$$y_t = Z_t \cdot \beta_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, H_t) \quad (5)$$

$$\beta_{t+1} = T_t \cdot \beta_t + R_t \cdot \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, Q_t), \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (6)$$

$$\beta_1 \sim N(a_1, P_1) \quad (7)$$

O sistema genérico composto pelas equações 5, 6 e 7 pode ser representado por um sistema em blocos conforme a figura 2 abaixo:



**Figura 2:** Representação em blocos de um sistema linear em espaço de estado.

**Fonte:** Autor.

Onde  $y_t$  é um vetor  $p \times 1$  de observações, chamado “vetor de observações” e  $\beta_t$  é um vetor  $m \times 1$  não observável, chamado “vetor de estado”. A equação 5 é chamada de equação das observações e a equação 6 de equação do estado.  $S^{-1}$  é o operador que, dada uma observação  $\beta_{t+1}$ , retorna a observação anterior  $\beta_t$ . A ideia do modelo é de

<sup>2</sup> A versão do livro “Time series analysis by state space methods.” de Durbin e Koopman consultada para essa dissertação foi a 2<sup>a</sup> edição, de 2012. Porém a 1<sup>a</sup> edição do livro data de 2001.

que o estado no período  $t + 1$  é determinado pelo estado no período  $t$ , porém como os estados não são observáveis, temos que basear a análise nas observações  $y_t$ .  $Z_t$  é a chamada matriz de saída,  $T_t$  é a matriz de estado ou de sistema e  $R_t$  é a chamada matriz de entrada.  $H_t$  e  $Q_t$  são as matrizes que representam as variâncias dos ruídos  $\varepsilon_t$  e  $\eta_t$ . É assumido que as matrizes  $Z_t$ ,  $T_t$ ,  $R_t$ ,  $H_t$  e  $Q_t$ , que podem ou não ser variantes no tempo, sejam conhecidas inicialmente e que os vetores de erros  $\varepsilon_t$  e  $\eta_t$  sejam serialmente independentes e independentes entre si em todos os períodos. É assumido também que o vetor de estado inicial  $\beta_1$  tem distribuição normal de médias iguais ao vetor  $a_1$  e variância igual à matriz de covariância incondicional  $P_1$ . Durbin & Koopman (2012) comentam ainda que na prática nem sempre todas as matrizes ( $Z_t$ ,  $T_t$ ,  $R_t$ ,  $H_t$  e  $Q_t$ ) e o estado inicial são conhecidos, tendo-se assim que recorrer a estimativas, usando por exemplo estimadores de máxima verossimilhança.

Entrando especificamente na proposta de transformar o modelo de Sharpe (1992) em um onde as exposições sejam totalmente dinâmicas, o objetivo passa a ser determinar os pesos de cada índice representativo das classes de ativos em cada intervalo de tempo  $t$ . Sendo assim, podemos reescrever de forma genérica o modelo de Sharpe, com as exposições explicitamente variantes no tempo, da seguinte maneira:

$$R_t^{\text{fundo}} = \alpha_t + \beta_{1,t} \cdot R_{1,t} + \dots + \beta_{n,t} \cdot R_{n,t} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (8)$$

$$\alpha_{t+1} = \alpha_t + \xi_{0,t+1}, \quad \xi_{0,t} \sim N(0, \sigma_{\xi,0}^2) \quad (9)$$

$$\beta_{i,t+1} = \phi_i \cdot \beta_{i,t} + \xi_{i,t+1}, \quad \text{com } 0 < \phi_i < 1 \text{ e } \xi_{i,t} \sim N(0, \sigma_{i,\xi}^2) \quad (10)$$

para todo  $i = 1, 2, \dots, n$ , e  $t = 1, 2, \dots, m$ . Acima,  $R_{i,t}$  representa o retorno do fundo ou dos índices analisados no período  $t$ ,  $\alpha$  é um fator que foi utilizado no trabalho de Swinkels e Van Der Sluis (2002) para representar o retorno que não estaria correlacionado aos índices e que mediria a habilidade do gestor. Nesse trabalho também será utilizado esse fator  $\alpha$ , modelado de forma dinâmica ao longo do tempo na forma de um passeio aleatório<sup>3</sup>. Os coeficientes  $\beta_{i,t}$  representam as exposições aos índices representativos das  $n$  classes de ativos, no tempo  $t$ . Segundo a equação 10,

---

<sup>3</sup> A escolha de se modelar o  $\alpha$  segundo um passeio aleatório pode ser justificada, segundo Pizzinga et al. (2011), por três motivos: parcimônia e simplicidade; por permitir a possibilidade de mudanças fundamentais na seletividade do gestor devido a sua não estacionariedade; e por ser, quase que certamente, não “explosivo”, dado que para séries extensas a medida do alfa de Jensen suavizado corta o eixo x infinitas vezes, frequentemente com probabilidade 1.

essas exposições serão modeladas genericamente como processos auto regressivos estacionários de primeira ordem, sendo assim  $|\phi_i|$  deveria ser  $< 1$ . Porém, como nesse trabalho os betas representam as exposições, faz sentido que não hajam  $\phi_i$ 's negativos, pois ao usar dados diários isso significaria uma mudança brusca de posições entre compradas e vendidas alternadas diariamente. Com isso, decidiu-se por restringir  $0 < \phi_i < 1$ .

É fácil perceber que o modelo composto pelas equações 8, 9 e 10 já é um modelo na forma de espaço de estado, com a equação 8 sendo a equação das observações (basta nas equações 5 e 6 substituir:  $\beta_t = [\alpha_t, \beta_{1,t}, \dots, \beta_{n,t}]$ ,  $T_t = [1, \phi_1, \dots, \phi_n]$ ,  $R_t = I_{n \times n}$  e  $Z_t = [1, R_{1,t}, \dots, R_{n,t}]$ ) e as equações 9 e 10 representando a equação dos estados.

Como essa dissertação tem como objetivo analisar fundos de previdência privada e estes têm restrições quanto a alavancagem, deve-se modelar a restrição de portfólio proposta por Sharpe (1992), i.e., as exposições devem somar 100%. Para isso basta reparametrizarmos os betas. O procedimento exato será detalhado mais à frente nesta dissertação.

Quanto à segunda restrição proposta por Sharpe (1992), de não negatividade das exposições, segundo Swinkels & Van Der Sluis (2002), em geral ela não é necessária. Eles argumentam inclusive que o uso dessas restrições pode levar a estimativas inconsistentes de parâmetros quando de fato posições vendidas são permitidas. No caso de fundos de previdência complementar aberta, segundo a resolução nº 3.308 do Banco Central do Brasil<sup>4</sup>, eles podem aplicar até 10% do patrimônio em fundos classificados como cambiais, além de 15% em multimercados, os quais podem ter posições vendidas em alguma das classes de ativos do mercado brasileiro. Portanto, neste trabalho não serão utilizadas restrições quanto a exposições negativas.

---

<sup>4</sup> A resolução N° 3.308 do BCB é a última que dispõe sobre as normas que disciplinam a aplicação dos recursos das reservas, das provisões e dos fundos das sociedades seguradoras, das sociedades de capitalização e das entidades abertas de previdência complementar, bem como a aceitação dos ativos correspondentes como garantidores dos respectivos recursos, na forma da legislação e da regulamentação em vigor.

## 2.4 FILTRO DE KALMAN

### 2.4.1 Introdução ao filtro de Kalman

Conforme Lhabitant (2009) afirma, no caso de as exposições aos índices poderem variar ao longo do tempo, deve-se modelar essa variação explicitamente, ao contrário de simplesmente se usar janelas móveis assumindo que são constantes ao longo da janela. Nesse caso, o filtro de Kalman representa a técnica mais natural e indicada para isso.

Criado na década de 60, tendo seu marco inicial no artigo de Kalman (1960), o filtro de Kalman foi muito usado na área de engenharia, sendo utilizado para o processamento de sinais e aplicações de controle, não tendo a princípio nenhuma ligação com finanças. A partir dos trabalhos de Harvey (1990) e, anos mais tarde, Durbin & Koopman (2001) é que ele passou a ter relevância como ferramenta econômétrica e, mais recentemente, após os trabalhos de Swinkels & Van Der Sluis (2002) e Corielli & Meucci (2004) é que ele começou a ser aplicado na modelagem de análise dinâmica de estilo.

De acordo com Swinkels & Van Der Sluis (2002), a abordagem do filtro de Kalman tem muitas vantagens sobre as técnicas de regressão comuns aplicadas à análise de estilo. Ela por exemplo permite o uso mais eficiente da informação disponível, enquanto permite a variação das exposições ao longo do tempo. De fato, o filtro de Kalman parece apresentar uma superioridade empírica frente a outros métodos. A única razão pela qual ele ainda não tomou o lugar da análise de estilo tradicional é a sua complexidade, tanto de entendimento quanto de implementação (Lhabitant, 2009).

O filtro é basicamente um algoritmo recursivo de predição e correção. De forma simplificada, o algoritmo prevê um novo estado (que contém toda a informação disponível até o momento) partindo do estado anterior e corrigido por um termo proporcional ao erro de predição anterior, de tal forma que o erro atual seja estatisticamente minimizado. Importante dizer que o filtro de Kalman é baseado na premissa de que o vetor de estado inicial (como na equação 7) e os resíduos (conforme equações 5 e 6) são normalmente distribuídos. Dessa forma, torna-se possível calcular a função de verossimilhança do erro de predição, a partir da qual estimam-se os parâmetros desconhecidos do modelo em espaço de estado.

Em seu livro, Harvey (1990) diz que, no caso de ser mais apropriado usar toda a informação disponível na amostra para estimar o estado em um ponto particular no tempo, e não somente a informação disponível até aquele momento, o problema é chamado de problema de suavização. Um aspecto interessante do filtro de Kalman é que este provê a solução para ambos os problemas, de filtragem e de suavização. Swinkels & Van Der Sluis (2002) de fato dedicam parte de seu artigo para explicar a diferença entre o filtro de Kalman e o suavizador de Kalman. Segundo eles, a diferença é que o filtro é condicional a informações até o tempo  $t$ , sendo, portanto, mais apropriado para predição (isto é, out-of-sample), enquanto o suavizador é condicional à informação contida na amostra inteira, sendo assim mais apropriado para fins descritivos e de análises ex-post (in-sample).

#### **2.4.2 As equações de Kalman**

Por questão de brevidade, não serão expostas nesse trabalho as demonstrações das equações a seguir. Porém elas podem ser encontradas em Durbin & Koopman (2012), juntamente com mais informações sobre derivações do filtro de Kalman.

Considere o modelo em espaço de estado composto pelas equações 5, 6 e 7, da seção 2.3 deste trabalho. Segundo Durbin & Koopman (2012), as equações das recursões do filtro de Kalman são:

- Equações de atualização:

$$\hat{\beta}_{t|t} = \hat{\beta}_{t|t-1} + P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} v_t \quad (11)$$

$$P_{t|t} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} Z_t P_{t|t-1} \quad (12)$$

- Equações de previsão:

$$\hat{\beta}_{t+1|t} = T \hat{\beta}_{t|t} \quad (13)$$

$$P_{t+1|t} = T_t P_{t|t} T_t' + R_t Q_t R_t' \quad (14)$$

Existem também as seguintes equações que são usadas nas recursões do suavizador de Kalman:

$$\hat{\beta}_{t|m} = \hat{\beta}_{t|t-1} + P_{t|t-1} r_{t-1} \quad (15)$$

$$r_{t-1} = Z_t' F_t^{-1} v_t + (T_t - T_t P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} Z_t) r_t \quad (16)$$

$$P_{t|m} = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} N_{t-1} P_{t|t-1} \quad (17)$$

$$N_{t-1} = Z_t' F_t^{-1} Z_t + (T_t - T_t P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} Z_t)' N_t (T_t - T_t P_{t|t-1} Z_t' F_t^{-1} Z_t) \quad (18)$$

$$r_m = 0 \text{ e } N_m = 0 \quad (19)$$

onde m é o número total de observações;  $\hat{\beta}_{t|j}$  é a expectativa condicional de  $\beta$  no instante t, dadas as observações até o instante j;  $P_{t|j}$  é a matriz de erro quadrático médio desta esperança, também condicional, no tempo t, às observações até o instante j;  $v_t$  é o erro de previsão, também chamado de vetor de inovações, dado por  $v_t = y_t - Z_t \hat{\beta}_{t|t-1}$ ;  $F_t$  é a variância de  $v_t$ , dada por  $F_t = Z_t P_{t|t-1} Z_t' + H_t$ ; e  $r_t$  e  $N_t$  são variáveis auxiliares para representar expressões recursivas que são função das outras variáveis já descritas (para maiores informações ver as seções 4.4 e 4.5 de Durbin & Koopman (2012)).

#### 2.4.3 Modelando a restrição de carteira com o filtro de Kalman

Como já foi dito na seção 2.3, para adicionar a restrição de carteira (i.e., as exposições devem somar 100%), basta reparametrizarmos os betas, como foi feito em Pizzinga (2010). Para isso, reescreveremos um dos betas em função dos outros e o substituiremos nas equações do modelo original, da seguinte forma:

$$[0 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1] (\alpha_t, \beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \dots, \beta_{n,t})' = 1 \quad (20)$$

$$\Rightarrow \beta_{1,t} = 1 - \underbrace{[0 \ 1 \ \dots \ 1] (\alpha_t, \beta_{2,t}, \dots, \beta_{n,t})'}_{\gamma_t} \quad (21)$$

Logo, podemos reescrever a equação das observações (equação 8) como:

$$R_t^{\text{fundo}} = \alpha_t + \beta_{1,t} \cdot R_{1,t} + \dots + \beta_{n,t} \cdot R_{n,t} + \varepsilon_t$$

$$= \alpha_t + \beta_{1,t} \cdot R_{1,t} + \sum_{i=2}^n \beta_{i,t} \cdot R_{i,t} + \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned}
&= \alpha_t + (1 - \sum_{i=2}^n \beta_{i,t}) \cdot R_{1,t} + \sum_{i=2}^n \beta_{i,t} \cdot R_{i,t} + \varepsilon_t \\
&= \alpha_t + R_{1,t} + \sum_{i=2}^n [\beta_{i,t} \cdot (R_{i,t} - R_{1,t})] + \varepsilon_t
\end{aligned} \tag{22}$$

Desta maneira, o novo modelo em espaço de estado pode ser escrito como:

$$R_t^{\text{fundo}} - R_{1,t} = [1 (R_{2,t} - R_{1,t}) \dots (R_{n,t} - R_{1,t})] \cdot \gamma_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, H_t) \tag{23}$$

$$\gamma_{t+1} = \text{diag}(1, \phi_2, \dots, \phi_n) \cdot \gamma_t + \eta_t, \quad \eta_t \sim N(0, Q_t) \tag{24}$$

$$\gamma_1 \sim N(a_1, P_1) \tag{25}$$

onde  $\gamma_t = (\alpha_t, \beta_{2,t}, \dots, \beta_{n,t})'$ ,  $\beta_{1,t} = 1 - [0 \ 1 \ \dots \ 1]\gamma_t$  e  $\text{diag}(e_1, \dots, e_n)$  representa uma matriz  $n \times n$ , com os elementos  $e_1, \dots, e_n$  em sua diagonal e o restante dos elementos iguais a zero.

#### **2.4.4 Definição do estado inicial do filtro de Kalman e estimativa dos parâmetros via máxima verossimilhança**

Durbin & Koopman (2012) chamam a tarefa de definir o estado inicial do filtro de Kalman de processo de inicialização e, segundo eles, ela pode ser feita de diversas maneiras. Porém, existe uma abordagem que se destaca por levar a resultados mais precisos: a chamada inicialização difusa exata. Em sua dissertação, Marques et al. (2012) chegou a testar as duas formas mais usadas na literatura para inicialização (*big kappa* e inicialização difusa exata) e concluiu que o uso da inicialização difusa exata deu maior estabilidade aos processos de estimativa. Portanto, essa será a inicialização utilizada nesse trabalho: para mais detalhes sobre essa abordagem, ver o cap. 5 de Durbin & Koopman (2012).

Conforme explicado nas seções anteriores, o modelo em espaço de estado é construído através de algumas matrizes que juntas o representam. Essas matrizes dependem de parâmetros que na prática são desconhecidos. O problema é que o algoritmo das recursões de Kalman depende exatamente dessas matrizes. Para

resolver esse problema, as recursões de Kalman são combinadas com a estimativa – feita a partir dos dados reais – dos parâmetros, via máxima verossimilhança.

Conforme o livro de Durbin e Koopman (2012), para o modelo em espaço de estado gaussiano representado pelas equações 5, 6 e 7 da seção 2.3 desse estudo, a função de verossimilhança seria:

$$L(\psi) = p(y_1, y_2, \dots, y_m) = p(y_1) \prod_{t=2}^m p(y_t | Y_{t-1}) \quad (26)$$

onde  $Y_t = (y'_1, y'_2, \dots, y'_t)'$  e  $\psi$  é o vetor contendo todos os parâmetros a serem estimados. Porém, na prática geralmente é usada a função log-verossimilhança:

$$\log L(\psi) = LL(\psi) = \sum_{t=1}^m \log p(y_t | Y_{t-1}) \quad (27)$$

onde  $p(y_1 | Y_0) = p(y_1)$ .

O cálculo dessa função para o filtro de Kalman com inicialização difusa exata em um modelo em espaço de estado gaussiano é demonstrado no cap. 7 de Durbin & Koopman (2012) e a equação final, da função que deve ser então numericamente maximizada é:

$$LL_d(\psi) = -\frac{mp}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^d w_t - \frac{1}{2} \sum_{t=d+1}^m (\log |F_t| + v_t' F_t^{-1} v_t), \quad (28)$$

onde

$$w_t = \begin{cases} \log |F_{\infty,t}|, & \text{se } F_{\infty,t} \neq 0 \\ \log |F_{*,t}| + v_t^{(0)'} F_{*,t}^{-1} v_t^{(0)}, & \text{se } F_{\infty,t} = 0 \end{cases}$$

para  $t = 1, 2, \dots, d$ , sendo  $d$  o instante da inicialização difusa em que  $P_{\infty,t}$  se anula.

Observe que foi usada notação semelhante à Durbin & Koopman (2012), e foi usado  $LL_d(Y_m)$  no lugar de  $LL(Y_m)$  para indicar que se trata da função de verossimilhança para a inicialização difusa exata.

## 2.4.5 Diagnósticos e testes adicionais

Durante o processo de análise de estilo via filtro de Kalman, muitas vezes faz-se necessária a comparação da qualidade do ajuste de diversos modelos concorrentes, seja por especificação de estacionariedade das variáveis ou por escolha distinta de variáveis explicativas. Por exemplo, para se chegar a um modelo ideal, deve-se escolher quais variáveis explicativas, dentre o universo das selecionadas previamente, devem estar ou não presentes na versão final do modelo. Essa escolha deve ser feita com base em testes e diagnósticos estatísticos. Para isso, Harvey (1990) recomenda as seguintes medidas para lidar com modelos concorrentes:

- Caso os modelos tenham o mesmo número de parâmetros:
  - Comparação entre os valores da log-verossimilhança dos modelos concorrentes;
  - Coeficiente de determinação, dado pela fórmula:

$$R^2 = [\text{correl}(Y_t | \hat{Y}_{t|t-1})]^2 \quad (29)$$

- Caso o número de parâmetros seja diferente:
  - Erro médio quadrático, dado pela fórmula:

$$\text{EMQ} = \frac{\sum_{t=d+1}^m (Y_t - \hat{Y}_{t|t-1})^2}{m - d} \quad (30)$$

- Critério de informação de Akaike (AIC), que para a inicialização difusa exata do filtro de Kalman, é dado pela fórmula:

$$AIC = n^{-1} [-2LL_d(Y_d | \hat{\psi}) + 2(q + w)] \quad (31)$$

- Critério de informação bayesiano (BIC), que para a inicialização difusa exata do filtro de Kalman, é dado pela fórmula:

$$BIC = n^{-1} [-2LL_d(Y_d | \hat{\psi}) + (q + w) \log n] \quad (32)$$

onde  $LL_d(Y_d | \hat{\psi})$  é o valor da log-verossimilhança do modelo condicionado a  $\hat{\psi}$  (o vetor dos parâmetros já estimados);  $w$  é o número de elementos desse vetor; e  $q$  é o número de elementos do vetor  $\delta$  da inicialização exata (para maiores informações sobre o vetor da inicialização exata, ver cap. 5 de Durbin & Koopman (2012)). Com isso,

modelos com mais parâmetros ou mais elementos não estacionários recebem uma penalização maior segundo esses critérios, de forma que aqueles com menores valores de AIC e BIC sejam preferidos.

Além disso, como em todo processo de análise estatística, devemos ter cuidado com as premissas utilizadas nos modelos e verificar se elas fazem sentido quando comparados com os dados reais. Uma das premissas que estão sendo utilizadas é a de normalidade e independência serial dos resíduos do modelo em espaço de estado linear gaussiano: tal premissa é fundamental para se chegar ao estimador de máxima verossimilhança abordado na seção anterior.

Devemos então testar se essa premissa é válida para todas as análises que forem feitas usando o filtro e (suavizador) de Kalman com esse estimador. Conforme o cap. 5 de Harvey (1990), os testes devem ser realizados com os resíduos, que são definidos segundo as inovações padronizadas:

$$\tilde{v}_t = \frac{v_t}{F_t^{1/2}} \quad (33)$$

Com esses resíduos serão realizados testes já estabelecidos no meio acadêmico para normalidade (teste de Jarque-Bera, teste de Kolmogorov-Smirnov e teste de Anderson-Darling), heterocedasticidade (teste de Breusch-Pagan) e correlação serial (teste Durbin-Watson e teste de Ljung-Box). Além disso, diagnósticos gráficos como resíduos ao longo do tempo, Q-Q plot, FAC e FAC-P também serão empregados.

Importante ressaltar que caso seja verificado que os resíduos não apresentem distribuição Gaussiana, conforme Harvey (1990) destaca em seu livro, ainda assim o filtro de Kalman pode ser considerado um estimador ótimo, no sentido de que ele minimiza o erro médio quadrático de todos os estimadores lineares. Pizzinga et al. (2006) também ressalta que no caso da não normalidade dos resíduos, a função de verossimilhança abordada na seção anterior costuma ser usada como uma aproximação da “verdadeira” função de verossimilhança, que em geral é então desconhecida. Essa função passa então a ser chamada de *quasi* verossimilhança e os estimadores resultantes da maximização da mesma de estimadores de *quasi* máxima verossimilhança.

Em outras palavras, caso tenhamos indícios de que os resíduos não sejam gaussianos, a análise feita não precisaria ser descartada: apenas a questão das inferências estatísticas sobre os parâmetros estimados é que ficaria prejudicada.

### **3 METODOLOGIA E DADOS**

Nesse capítulo serão discutidos os procedimentos adotados nesse estudo a fim de aplicar a teoria de análise dinâmica de estilo aos principais fundos de previdência privada brasileiros. As primeiras seções irão tratar da escolha dos índices representativos das classes de ativos e da escolha dos fundos a serem analisados, assim como da coleta desses dados. A seção seguinte estabelece o ambiente computacional utilizado. A última seção trata da análise propriamente dita, que será feita via janelas móveis seguida de suavização de Kalman, além dos testes adicionais que foram feitos.

#### **3.1 A ESCOLHA DAS CLASSES DE ATIVOS E DE SEUS ÍNDICES REPRESENTATIVOS**

Segundo Sharpe (1992), a utilidade da análise de estilo através de um modelo de classes de ativos vai depender exatamente da escolha dessas classes. Sharpe (1992) aponta algumas características desejáveis para essas classes de ativos:

- Serem mutuamente exclusivas: nenhum ativo pode estar em mais de uma classe;
- Serem exaustivas: devem representar todos os possíveis ativos que representam oportunidades de investimento;
- Terem retornos que se diferenciem entre si, i.e., classes que não sejam correlacionadas entre si;
- Cada classe deve representar uma carteira ponderada por capitalização de mercado de seus ativos.

Porém, no Brasil, selecionar índices representativos para as classes de ativos não costuma ser uma tarefa fácil. Diversos autores que já fizeram análises de estilo no Brasil se depararam com esse problema, entre eles podemos citar: Varga & Valli (1998), Linhares (2003), Marques (2006), Schutt & Caldeira (2014), entre outros.

O maior problema até alguns anos atrás, portanto mais pronunciado nos trabalhos de Varga & Valli (1998) e Linhares (2003) era a falta de índices confiáveis e amplamente divulgados para determinadas classes de ativos, como por exemplo, renda fixa e câmbio. Por causa desse problema, Varga & Valli (1998) e Linhares (2003) chegaram em seus trabalhos até a criar índices próprios para representar certas classes de ativos.

Mais recentemente esse problema vem diminuindo, pois instituições como a BMF&BOVESPA e a Anbima começaram a divulgar diferentes índices. Entre os principais índices de mercado disponíveis, podemos citar da BMF&BOVESPA: Ibovespa, os índices da família IBrX, índices setoriais, índice de small caps, índice de mid-large caps e índice de fundos imobiliários. Já a Anbima divulga alguns índices de renda fixa, tais como o IRF-M e os mais recentes (que começaram a ser divulgados em abril de 2005) da família IMA: todos são baseados em títulos públicos emitidos pelo Governo Federal.

Como esse trabalho irá investigar as exposições às classes de ativos de fundos de previdência privada, convém primeiramente verificar em quais tipos de ativos a legislação vigente permite que eles invistam. Segundo a resolução nº 3.308 do Banco Central do Brasil, de 31 de agosto de 2005, os FIEs das EAPCs podem investir, em determinadas proporções, nos seguintes segmentos:

- Renda fixa;
- Renda variável;
- Imóveis (através de imóveis diretamente ou de fundos imobiliários);
- Câmbio (através de fundos cambiais).

Portanto, os índices selecionados devem procurar representar as exposições dos fundos de previdência privada a esses quatro principais mercados. Após uma busca pelos principais índices amplamente divulgados no mercado brasileiro, decidiu-se pelos seguintes:

Para o mercado de renda fixa:

- IMA-B 5 e IMA-B 5+: representando os ativos atrelados à inflação (IPCA) de curto e longo prazo;
- IRF-M 1 e IRF-M 1+: representando os ativos atrelados à taxa pré de curto e longo prazo;

- Índice composto pela taxa DI over (CDI): representando a exposição a fundos de DI.

Para o mercado de renda variável:

- Ibovespa: representando as maiores e mais negociadas ações em bolsa;
- Índice BM&FBOVESPA Small Cap (SMALL): representando as ações de empresas pequenas negociadas em bolsa.

Para o mercado imobiliário:

- Índice BM&FBOVESPA Fundos de Investimentos Imobiliários (IFIX): representando os fundos de investimento imobiliário do Brasil.

Para o mercado de câmbio:

- Índice composto pela taxa PTAX: representando a exposição à ativos atrelados ao câmbio.

Deve ser destacado que, ao longo do processo de análise de estilo, alguns desses índices podem ser descartados caso se verifique que não contribuem para aumentar o poder de explicação da variação do fundo sendo analisado.

### 3.2 A ESPECIFICAÇÃO, COLETA E TRATAMENTO DOS DADOS

Os dados referentes aos índices representativos de classes foram todos coletados na plataforma Bloomberg® e os dados dos fundos de previdência privada analisados foram coletados na plataforma Quantum Axis®, ambas disponibilizadas pelo COPPEAD-UFRJ.

A escolha dos fundos a serem analisados se deu pela relevância, em termos de patrimônio gerido pelas instituições. Portanto serão analisadas as cinco maiores instituições de previdência complementar aberta do Brasil, segundo a Fenaprevi. São elas:

- Bradesco vida e previdência S.A.
- Brasilprev seguros e previdência S.A.

- Itaú vida e previdência S.A.
- Zurich Santander Brasil seguros e previdência S.A.
- Caixa vida e previdência S.A.

De cada uma dessas instituições foram selecionados três fundos, representando três tipos básicos: conservador, que só permite investimentos em renda fixa; moderado, que permite de 15-30% (dependendo da instituição) de renda variável; e agressivo, que pode investir até 40-49% (dependendo da instituição) em renda variável.

Importante ressaltar que em algumas instituições, como Caixa, Brasilprev e Bradesco, a taxa de administração varia conforme o volume financeiro aplicado. Essas instituições têm diversos fundos espelho (fundos com a mesma composição e, portanto, mesma rentabilidade bruta)<sup>5</sup> que só diferem na taxa de administração, então conforme o valor aplicado aumenta ele é alocado em um fundo da mesma família de fundos espelho, porém com taxa de administração menor.

Como um dos objetivos desse trabalho é verificar se a taxa de administração cobrada é razoável frente ao tipo de gestão – mais ativa ou mais passiva – do fundo para um pequeno investidor, o valor de aplicação inicial escolhido para representar esse tipo de investidor foi de R\$ 100.000,00.

A escolha dos fundos de cada instituição se deu então pela avaliação das famílias de fundos que estavam abertos para aplicações de previdência complementar aberta no dia 15 de maio de 2015 (data em que foi feita a consulta às instituições) e selecionando a família com maior patrimônio sobre gestão dentre as que recebiam aportes de até R\$ 100.000,00.

Ressalta-se que o fundo específico a ser escolhido para a análise é uma escolha irrelevante, desde que seja da mesma família, pois a análise foi feita com a série recomposta da taxa de administração. Sendo assim, fundos diferentes, porém da mesma família (por exemplo ITAÚ FLEXPREV VI FIC RENDA FIXA e ITAÚ FLEXPREV XV FIC RENDA FIXA), aplicam os recursos com a mesma composição de ativos e tem, portanto, mesma rentabilidade bruta.

---

<sup>5</sup> Em algumas instituições, esses fundos espelho investem no mesmo fundo máster (fundo sem taxa de administração destinado a receber aportes de outros fundos) ou até mesmo em diversos fundos máster ou ativos, mas sempre tentam replicar as mesmas composições de carteiras e, portanto, retornos. A única diferença é a taxa de administração cobradas pelos diferentes fundos espelho da mesma família.

Com isso, as famílias de fundos escolhidos para a análise, assim como as taxas de administração cobradas (para investimentos de R\$ 100.000,00<sup>6</sup>), se encontram no quadro 3 a seguir. A partir daqui os fundos passarão a ser referenciados pelos seus números correspondentes do quadro 3.

**Quadro 3:** Fundos escolhidos para a análise.

Instituições	Família de fundos analisados	Taxa de adm.
<b>Bradesco vida e previdência S.A.</b>	1. BRADESCO VGBL FIX FIC RENDA FIXA	3% a.a.
	2. BRADESCO VGBL V15/30 FIC MULTIMERCADO	3% a.a.
	3. BRADESCO VGBL V40/30 FIC MULTIMERCADO	3% a.a.
<b>Brasilprev seguros e previdência S.A.</b>	4. BRASILPREV RT FIX FIC RENDA FIXA	2% a.a.
	5. BRASILPREV RENDA TOTAL COMPOSTO 20 FIC MULTIMERCADO	2% a.a.
	6. BRASILPREV RENDA TOTAL COMPOSTO 49 FIC MULTIMERCADO	2% a.a.
<b>Itaú vida e previdência S.A.</b>	7. ITAÚ FLEXPREV FIC RENDA FIXA	1,75% a.a.
	8. ITAÚ FLEXPREV V20 FIC MULTIMERCADO	2,5% a.a.
	9. ITAÚ FLEXPREV V40 FIC MULTIMERCADO	2,5% a.a.
<b>Zurich Santander Brasil seguros e previdência S.A.</b>	10. SANTANDER PREV FIX FIC RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	1,5% a.a.
	11. SANTANDER PREV MODERADO SUPERIOR FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	2% a.a.
	12. SANTANDER PREV AGRESSIVO SUPERIOR FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	2% a.a.
<b>Caixa vida e previdência S.A.</b>	13. CAIXA FIC RENDA FIXA PREVIDENCIÁRIO	2% a.a.
	14. CAIXA RENDA VARIÁVEL 0/15 FIC MULTIMERCADO PREVIDENCIÁRIO	2% a.a.
	15. CAIXA RENDA VARIÁVEL 0/49 FIC MULTIMERCADO PREVIDENCIÁRIO	2% a.a.

**Fonte:** Dados das instituições e seleção do autor.

Visando tornar o período de análise igual para todos os fundos, uma vez que as datas de início de divulgação de cotas são diferentes, a data escolhida para o início da análise de todos os fundos foi janeiro de 2009. Outro motivo para a escolha dessa data foi o de ela já se encontrar no período pós crise de 2008. Como Sharpe (1992) afirma, os índices representativos das classes de ativos para a análise de estilos não devem ser correlacionados. Porém, durante as crises, as correlações entre os ativos tendem a ser aumentadas, o que poderia levar a erros excessivos durante a

---

<sup>6</sup> Algumas instituições definem as taxas de administração pelo aporte inicial e outras pelo montante total. Porém, como existe sempre a possibilidade de se realizar uma transferência via portabilidade, foi considerada a taxa de administração para um montante total invstido de R\$ 100.000,00.

análise proposta nesse trabalho. Consequentemente, optou-se por análises no período pós-crise.

O final do período de análise foi abril de 2015, uma vez que eram os dados mais atualizados disponíveis durante este estudo. Todos os dados foram coletados em intervalos diários e recompostos da taxa de administração, a fim de se obter uma série de retornos com efeitos exclusivamente relacionados com as exposições às classes de ativos em análise.

### 3.3 AMBIENTE COMPUTACIONAL E PROGRAMAS USADOS

Todos os algoritmos tanto para a análise dinâmica de estilo via janelas móveis quanto através do filtro de Kalman foram implementados no software Matlab®, disponível no COPPEAD, sob licença acadêmica. O ambiente em que o Matlab® foi executado era composto por um processador Intel® Core I7 – 4500U, com 8GB de memória ram e um sistema operacional de 64 bits.

### 3.4 A APLICAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA DE ESTILO

A análise dinâmica de estilo dos fundos selecionados foi dividida em duas partes. Em uma primeira e mais simples análise, será aplicada análise dinâmica de estilo com janelas móveis, e com ela serão definidos os índices de classes que serão usados na análise posterior, mais complexa e via suavizador de Kalman.

Começando com janelas móveis, será feita uma análise para cada fundo de previdência com todos os índices representativos de classes de ativos selecionados previamente. O tamanho da janela escolhida foi de seis meses: como os dados utilizados tem frequência diária, julgou-se que seis meses de dados já seriam suficientes para se ter um tamanho de amostra razoável para análise dentro de cada janela. A partir dessa análise, será possível verificar para cada fundo quais os índices mais relevantes.

Para a próxima etapa da análise, serão selecionados somente os índices que apresentarem exposição significativamente diferente de zero em algum período da análise via janelas móveis. Nessa etapa, serão feitas análises usando o suavizador de Kalman em todos os fundos de previdência selecionados. A escolha do suavizador,

em vez do filtro de Kalman, se deu pelo argumento de Swinkels & Van Der Sluis (2002) de que o suavizador é condicional à amostra inteira, sendo assim mais apropriado para fins descritivos, que é justamente o objetivo desse trabalho.

Os passos desta etapa consistem, para cada fundo, em:

1. Rodar o algoritmo do suavizador de Kalman com todo os índices selecionados da etapa anterior;
2. Verificar qual índice representou a menor contribuição para a explicação do retorno do fundo e retirá-lo do conjunto de índices para esse fundo;
3. Rodar novamente o algoritmo do suavizador de Kalman com o novo conjunto (menor) de índices e verificar se houve melhora nos critérios de informação AIC e BIC, EMQ e coeficiente de determinação;
4. Caso haja melhora nos indicadores voltar para o passo 2 e continuar, caso não haja melhora, o modelo anterior é o selecionado.

Para cada modelo final de cada fundo analisado, serão também feitos os testes adicionais especificados na subseção 2.4.5. Esses testes irão verificar se os resíduos atendem às premissas iniciais do modelo. Lembrando que a não-normalidade desses resíduos não inviabilizaria a utilização do modelo, apenas dificultaria as inferências estatísticas a respeito dos parâmetros, caso seja de interesse tal inferência.

## 4 ANÁLISE E RESULTADOS

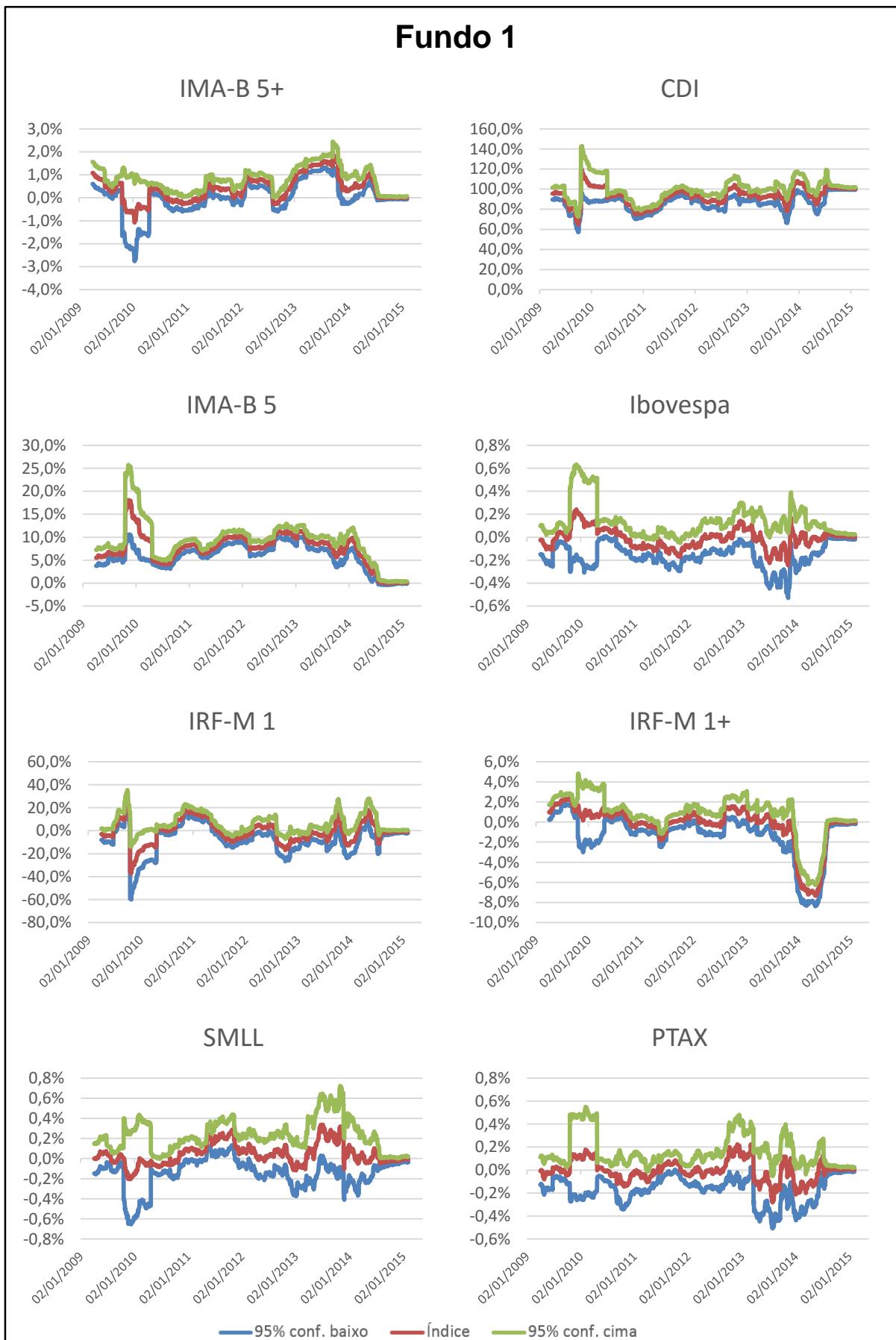
Nesse capítulo, serão expostos os resultados encontrados durante as análises feitas com a metodologia proposta. Para não prejudicar a leitura, a análise completa será mostrada somente para uma das instituições (Bradesco vida e previdência S.A.), de maneira que o detalhamento completo das análises para todos os outros fundos encontra-se nos anexos.

O capítulo segue conforme a descrição da metodologia, mostrando na primeira seção a análise via janelas móveis, seguida pela análise via suavizador de Kalman na segunda seção. Já a terceira seção visa detalhar uma análise adicional que se mostrou relevante, tentando explicar a variação dos fundos compostos via variação dos fundos conservadores de cada instituição juntamente com o Ibovespa.

### 4.1 ANÁLISE VIA JANELAS MÓVEIS

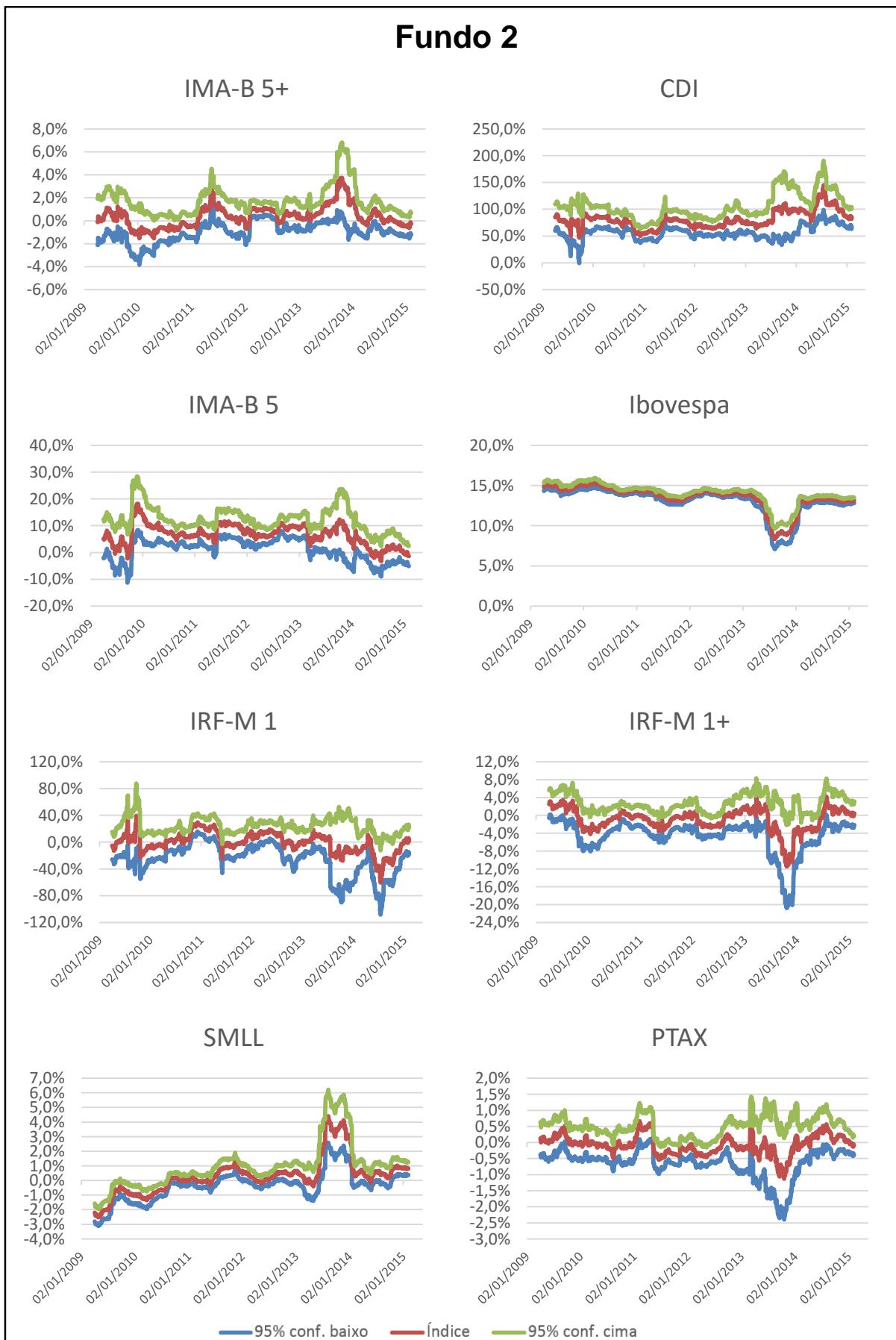
Conforme descrito na metodologia, começou-se a análise com o modelo cheio (usando-se todos os índices representativos de classes de ativos) para todos os fundos. Como o índice IFIX só começou a ser divulgado a partir de janeiro de 2011 foi feita uma primeira análise utilizando-se essa data de início para todos os fundos. O IFIX não se mostrou significativo em nenhum período de análise para nenhum dos fundos, sendo, portanto, o primeiro índice a ser descartado.

Prossseguiu-se a análise sem o IFIX e com data inicial janeiro de 2009 como havia sido proposto inicialmente. Os resultados da análise via janelas móveis para os fundos 1, 2 e 3 (os fundos estão numerados conforme o quadro 3 deste trabalho) se encontram nas figuras 3, 4 e 5 a seguir. Em todos os gráficos dessas figuras a linha superior representa o limite superior do intervalo de confiança de 95%, a linha intermediária é o valor encontrado ao longo do tempo para a exposição ao índice em questão e a linha inferior representa o limite inferior do intervalo de confiança de 95%.



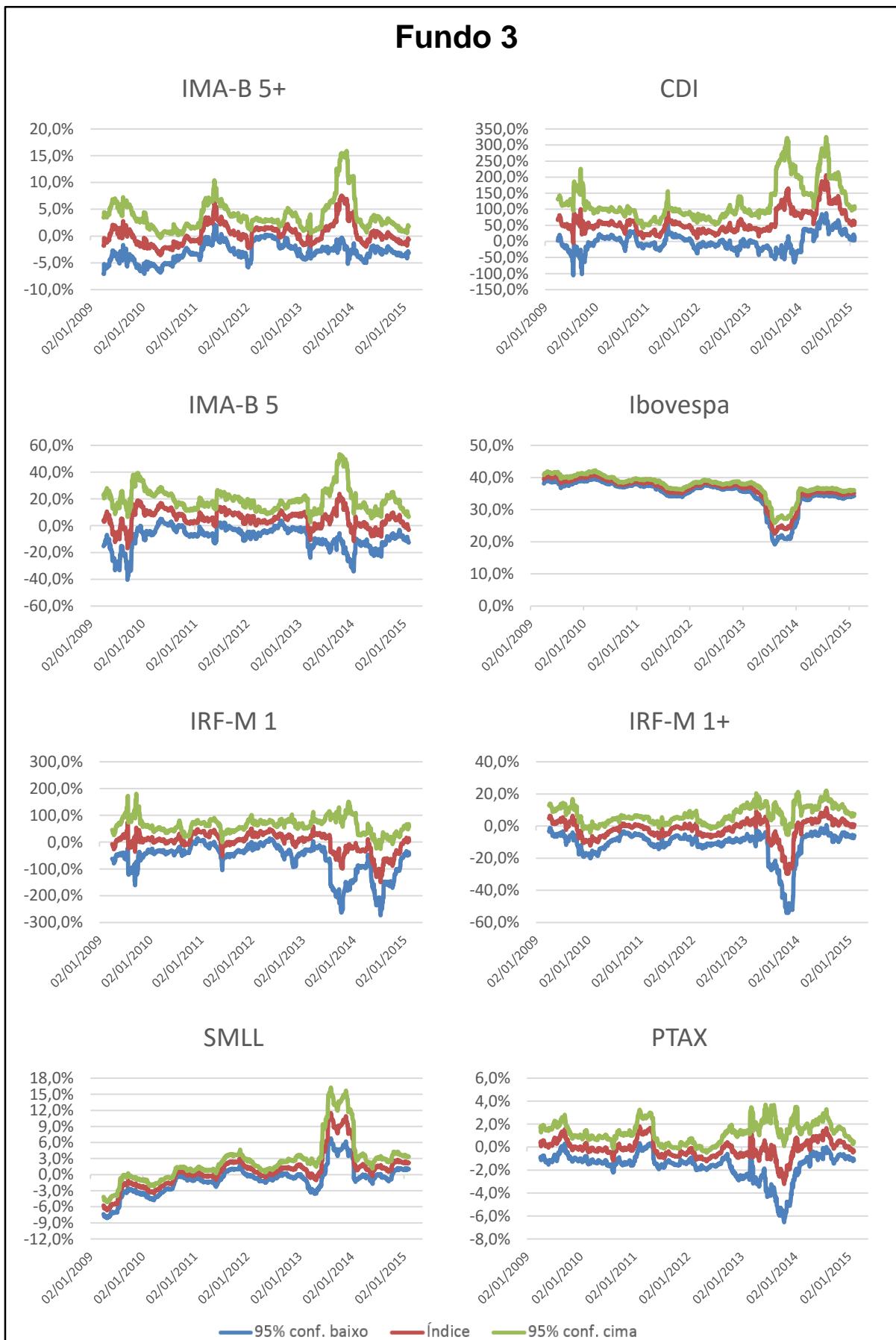
**Figura 3:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 1.

**Fonte:** Análise do autor.



**Figura 4:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 2.

**Fonte:** Análise do autor.



**Figura 5:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 3.

**Fonte:** Análise do autor.

Dos resultados encontrados nessa análise preliminar, já podemos perceber que eles estão bastante em linha com o esperado. Os fundos conservadores (1, 4, 7, 10 e 13) por exemplo, não apresentaram exposição relevante a renda variável.

Pode-se notar que em alguns períodos essa exposição foi estatisticamente significante, porém, em termos de magnitude elas não foram. Podemos por exemplo observar pela figura 3 que o fundo 1 apresentou exposição estatisticamente significante ao Ibovespa em alguns períodos, porém essa exposição foi de no máximo 0,2%, ou seja, irrelevante para a análise em questão.

Usando o mesmo raciocínio, podemos perceber que todos os fundos não apresentaram exposições relevantes ao índice PTAX, apesar de o mesmo ter sido estatisticamente significante em alguns períodos. Tomando o fundo 2 como exemplo, vemos que a exposição máxima atingida foi de em torno de 3%, em períodos muito específicos, tendo permanecido insignificante na maioria do período em análise. A PTAX tem também uma correlação relevante tanto com a bolsa quanto com as taxas de juros, como as medidas pelos índices IRF-M 1 e IRF-M 1+.

Então, por essa análise, decidiu-se excluir o índice PTAX da próxima etapa da análise de todos os fundos, por não contribuir significativamente para explicação de seus retornos; assim como os índices Ibovespa e SMALL foram retirados da próxima etapa da análise, para os fundos conservadores (1, 4, 7, 10 e 13). Note que este resultado está totalmente em linha com o fato do fundo ser exclusivo de renda fixa.

Com isso, na tabela 1 pode ser encontrado um resumo dos índices representativos das classes de ativos que não foram excluídos durante a análise via janelas móveis, ou seja, os índices que serão utilizados na análise via filtro de Kalman.

**Tabela 1:** Índices escolhidos para iniciar análise via suavizador de Kalman.

<b>Fundos analisados</b>	<b>Índices escolhidos</b>								
	IMA-B	IMA-B 5+	IRF-M 1	IRF-M 1+	CDI	Ibov.	SMLL	PTAX	IFIX
1. BRADESCO VGBL FIX FIC RENDA FIXA	✓	✓	✓	✓	✓				
2. BRADESCO VGBL V15/30 FIC MULT.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
3. BRADESCO VGBL V40/30 FIC MULT.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
4. BRASILPREV RT FIX FIC RENDA FIXA	✓	✓	✓	✓	✓				
5. BRASILPREV RT COMP. 20 FIC MULT.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
6. BRASILPREV RT COMP. 49 FIC MULT.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
7. ITAÚ FLEXPREV FIC RENDA FIXA	✓	✓	✓	✓	✓				
8. ITAÚ FLEXPREV V20 FIC MULT.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
9. ITAÚ FLEXPREV V40 FIC MULT.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
10. SANTANDER PREV FIX FIC RF CP	✓	✓	✓	✓	✓				
11. SANTANDER PREV MOD. SUP. FIC MULT. CP	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
12. SANTANDER PREV AGR. SUP. FIC MULT. CP	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
13. CAIXA FIC RENDA FIXA PREV.	✓	✓	✓	✓	✓				
14. CAIXA RV 0/15 FIC MULT. PREV.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	
15. CAIXA RV 0/49 FIC MULT. PREV.	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	

**Fonte:** Análise do autor.

## 4.2 ANÁLISE VIA SUAVIZADOR DE KALMAN

Como descrito na metodologia, nessa etapa será feita uma análise via suavizador de Kalman de forma iterativa, sendo que em cada etapa é retirado um índice do modelo (inicialmente composto conforme a tabela 1) e são comparados seus indicadores (EMQ, AIC e BIC) com os do modelo anterior para verificar se houve melhora. Caso haja melhora, o processo continua; caso contrário, esse modelo passa a ser o modelo final.

Nas tabelas 2 (fundos 1-7) e 3 (fundos 8-15) a seguir, estão detalhados alguns indicadores dos modelos finais para cada fundo analisado.

**Tabela 2:** Indicadores da análise iterativa via suavizador de Kalman dos fundos 1-7.

Indicadores	Fundos analisados						
	1	2	3	4	5	6	7
Índice IMA-B	✓	✓	✓	✓	-	-	✓
Índice IMA-B 5+	-	-	-	-	✓	✓	-
Índice IRF-M 1	-	-	-	-	-	-	-
Índice IRF-M 1+	-	-	-	-	-	-	-
Índice CDI	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Índice Ibovespa	-	✓	✓	-	✓	✓	-
Índice SMML	-	-	-	-	-	-	-
Índice PTAX	-	-	-	-	-	-	-
Índice IFIX	-	-	-	-	-	-	-
<b>R<sup>2</sup></b>	0,855224	0,988480	0,989804	0,851904	0,993617	0,995323	0,109853
<b>EMQ</b>	4,52E-09	4,84E-08	3,03E-07	2,72E-08	4,89E-08	1,49E-07	8,66E-08
<b>AIC</b>	-14,5647	-10,1962	-8,37280	-12,7824	-10,2428	-9,06679	-11,564
<b>BIC</b>	-14,5513	-10,1759	-8,35260	-12,7689	-10,2226	-9,0466	-11,5506
<b>Log Verossimilhança</b>	11633,94	8147,634	6691,684	10210,74	8184,859	7245,834	9237,874
Média das inovações padronizadas	0,011596	0,01325	0,00361	-0,00157	0,03749	0,01628	0,004127
Variância das inov. padronizadas	0,899253	0,83826	0,87386	0,726009	0,86468	0,87975	0,928609
<b>Teste Breusch-Pagan</b>	0,882024	0,561072	0,549115	<b>0,030644</b>	0,438565	0,511937	<b>0,01246</b>
<b>Teste Ljung-Box</b>	<b>9,11E-05</b>	<b>6,1E-07</b>	<b>0,001532</b>	<b>1,12E-08</b>	<b>5,05E-05</b>	<b>0,001156</b>	<b>2,83E-13</b>
<b>Teste Durbin-Watson</b>	0,088028	0,154361	<b>0,009067</b>	0,064805	<b>0,000208</b>	<b>0,002842</b>	<b>0,000592</b>
<b>Teste Jarque-Bera</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>
<b>Teste Kolmogorov-Smirnov</b>	<b>5,69E-38</b>	<b>3,48E-16</b>	<b>1,32E-16</b>	<b>2,19E-12</b>	<b>1,22E-27</b>	<b>8,21E-37</b>	<b>1,39E-40</b>
<b>Teste Anderson-Darling</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0005</b>	<b>0,0005</b>

**Fonte:** Análise do autor. Os resultados dos testes estão em p-valores; em negrito os significativos a 5%.

**Tabela 3:** Indicadores da análise iterativa via suavizador de Kalman dos fundos 8-15.

Indicadores	Fundos analisados							
	8	9	10	11	12	13	14	15
Índice IMA-B	✓	✓	✓			✓	✓	✓
Índice IMA-B 5+				✓	✓			
Índice IRF-M 1								
Índice IRF-M 1+								
Índice CDI	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Índice Ibovespa	✓	✓		✓	✓		✓	✓
Índice SMML								
Índice PTAX	-	-	-	-	-	-	-	-
Índice IFIX	-	-	-	-	-	-	-	-
R <sup>2</sup>	0,99026	0,99587	0,09834	0,96030	0,98029	0,75288	0,98546	0,98746
EMQ	8,38E-08	1,44E-07	7,59E-08	2,38E-07	7,34E-07	1,24E-08	5,12E-08	5,65E-07
AIC	-9,6873	-9,1018	-11,684	-8,6122	-7,4488	-13,410	-10,167	-7,7552
BIC	-9,6671	-9,0816	-11,670	-8,5920	-7,4286	-13,396	-10,147	-7,7349
Log Verossimilhança	7741,32	7273,79	9333,99	6882,87	5953,87	10711,7	8124,59	6198,50
Média das inovações padronizadas	0,01903	0,03100	0,00266	0,01274	0,01981	-0,0024	-0,00722	-0,01843
Variância das inov. padronizadas	0,90651	0,92747	0,95615	0,87735	0,87872	0,6836	0,88512	0,92264
Teste Breusch-Pagan	<b>0,03526</b>	0,99998	<b>0,01561</b>	0,25327	0,54530	0,54429	0,27460	0,41350
Teste Ljung-Box	<b>0,01115</b>	<b>0,01631</b>	<b>8,7E-09</b>	<b>0,00506</b>	<b>7,47E-05</b>	<b>0</b>	<b>0,00188</b>	<b>0,00592</b>
Teste Durbin-Watson	<b>0,00336</b>	<b>0,01843</b>	<b>0,04230</b>	0,99004	0,07012	<b>5,45E-09</b>	0,15547	0,71848
Log Verossimilhança	7741,32	7273,79	9333,99	6882,87	5953,87	10711,7	8124,59	6198,50
Teste Jarque-Bera	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>	<b>0,001</b>
Teste Kolmogorov-Smirnov	<b>1,44E-19</b>	<b>9,01E-24</b>	<b>2,92E-33</b>	<b>1,46E-20</b>	<b>4,79E-21</b>	<b>2,83E-56</b>	<b>7,40E-33</b>	<b>4,71E-51</b>

**Fonte:** Análise do autor. Os resultados dos testes estão em p-valores, em negrito os significativos a 5%.

A partir desses resultados, podemos observar que todos os fundos do tipo composto, ou seja, os que investem também em renda variável (moderados e agressivos), apresentaram R<sup>2</sup> elevados, variando de 96% a 99,6%. Isso demonstra que os índices do modelo final da análise via filtro de Kalman conseguem explicar grande parte dos retornos desses fundos.

Como ressaltado por Sharpe (1992), o valor do R<sup>2</sup> pode também ser usado como um dos meios de medir o nível de atividade da gestão de um fundo. Sendo seu valor atribuído ao percentual dos retornos que pode ser explicado simplesmente pelo estilo de fundo, enquanto 1-R<sup>2</sup> pode ser atribuído à seletividade do gestor. Portanto,

níveis de  $R^2$  tão elevados como os encontrados nesse trabalho fornecem indicativos bastante fortes no sentido desses fundos terem uma gestão passiva.

Já dentre os fundos conservadores, nos fundos 1, 4 e 13 também foram encontrados  $R^2$  relativamente elevados, na ordem de 75%-85%, indicando certa passividade. Porém, nos fundos 7 e 10 não foi possível encontrar evidências semelhantes. Importante ressaltar que o próprio Sharpe (1992) comenta algo importante a respeito dessa questão. Se por um lado  $R^2$  elevados podem ser indicativos de uma gestão passiva, por outro lado, baixos  $R^2$  não necessariamente indicam gestão ativa, dado que podem resultar também de uma má especificação do modelo ou uma má escolha dos índices representativos das classes de ativos, por exemplo.

De fato, nos fundos conservadores o que pode ter ocorrido para um  $R^2$  em nível menor que os moderados ou agressivos é que os índices escolhidos para representar o mercado de renda fixa (IMA-B, IMA-B 5+, IRF-M 1 e IRF-M 1+) são na verdade carteiras com títulos de diversos vencimentos. Com isso, caso os fundos conservadores estejam concentrados em apenas algum vencimento, ou tenham uma composição diferente dessas carteiras de títulos escolhidas, essas carteiras podem vir a ser proxies ruins.

No geral, os índices que foram mais relevantes e que, portanto, foram os escolhidos para os modelos finais foram: CDI e os índices de títulos do governo atrelados à inflação (IMA-B ou IMA-B+) para os fundos conservadores, somados do índice Ibovespa para os moderados e agressivos. Essa composição faz sentido quando pensamos no objetivo principal dos fundos de previdência privada, que é o de prover uma segurança financeira para uma futura aposentadoria. Assim, uma combinação entre títulos pós fixados e alguma proteção contra a inflação, visando obter rentabilidade real, parece ser a estratégia escolhida pelos principais fundos conservadores de previdência.

Outra observação importante foi a de que os índices de títulos pré-fixados não apareceram como relevantes em nenhum dos fundos analisados. Uma gestão mais ativa da parte de renda fixa desses fundos deveria passar necessariamente por uma gestão ativa de títulos pré-fixados, incorporando-os à carteira quando as taxas de juros estão em patamares elevados, por exemplo.

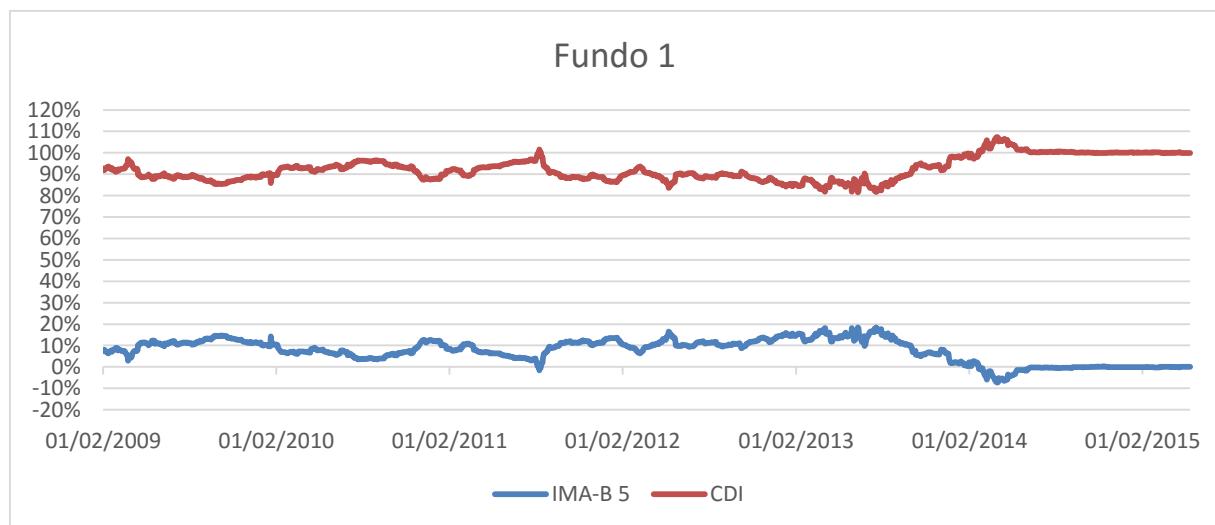
Uma importante ressalva deve ser feita aos comentários dos últimos parágrafos. Em alguns fundos – especificamente o 7 e o 10 – o  $R^2$  encontrado não foi

tão elevado, portanto, não encontrar uma determinada classe de ativos como relevante para explicar seus retornos não necessariamente implica que essa classe de ativos não está presente na carteira. O que pode ter ocorrido é simplesmente uma má especificação do modelo, ou seja, uma má escolha dos índices representativos das suas classes de ativos, não invalidando, porém, a análise para fundos com  $R^2$  mais elevados, que foi o caso da maioria.

Como também podemos observar nas tabelas 2 e 3, de acordo com os testes de normalidade (Jarque-Bera, Kolmogorov–Smirnov e Anderson–Darling) que foram feitos nas séries de resíduos (inovações padronizadas), além de análises dos diagnósticos gráficos, nenhum modelo apresentou indícios de resíduos normais. Apesar de a maioria não ter apresentado indícios de heterocedasticidade pelo teste de Breusch–Pagan, assim como alguns não terem apresentado indícios de correlação serial pelos testes de Ljung–Box e Durbin–Watson.

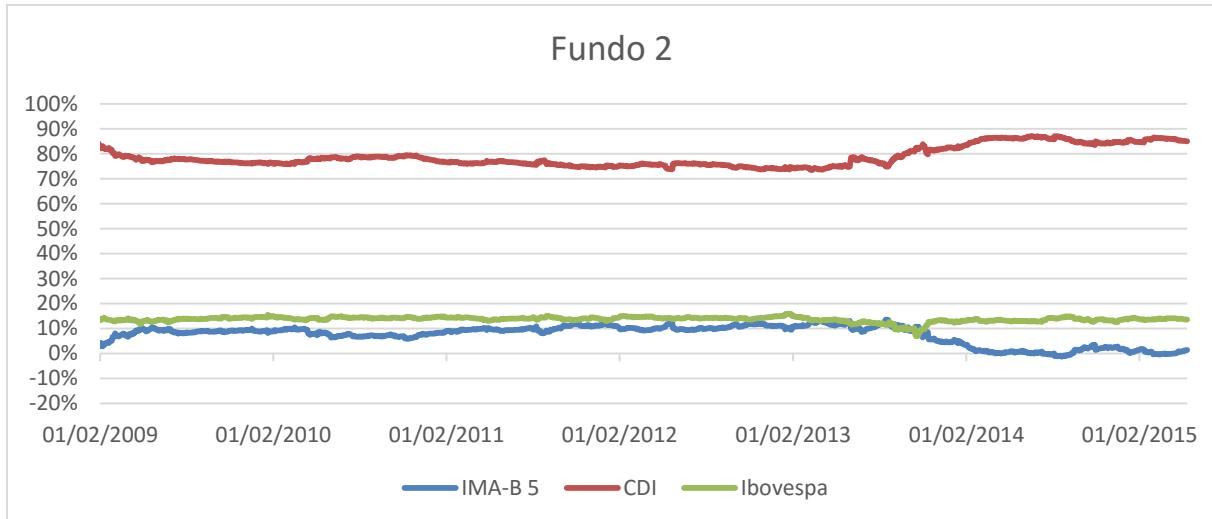
Como já havia sido dito, a não-normalidade desses resíduos não inviabiliza a utilização do modelo, que apresenta resultados econometricamente ótimos, mas apenas dificulta as inferências estatísticas a respeito dos parâmetros. Sendo assim, os intervalos de confiança que poderiam ser encontrados durante a análise via filtro de Kalman não são confiáveis e, portanto, não serão mostrados.

Nos gráficos 3 a 17, expostos a seguir, apresentamos os resultados da análise de estilos via suavizador de Kalman para os modelos finais de cada fundo.



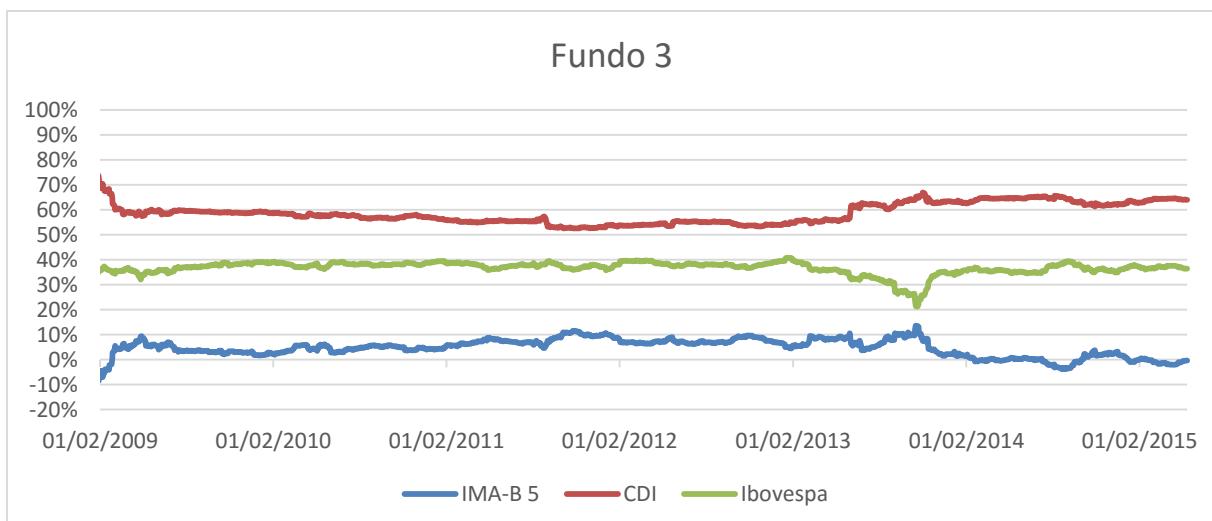
**Gráfico 3:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 1.

**Fonte:** Análise do autor.



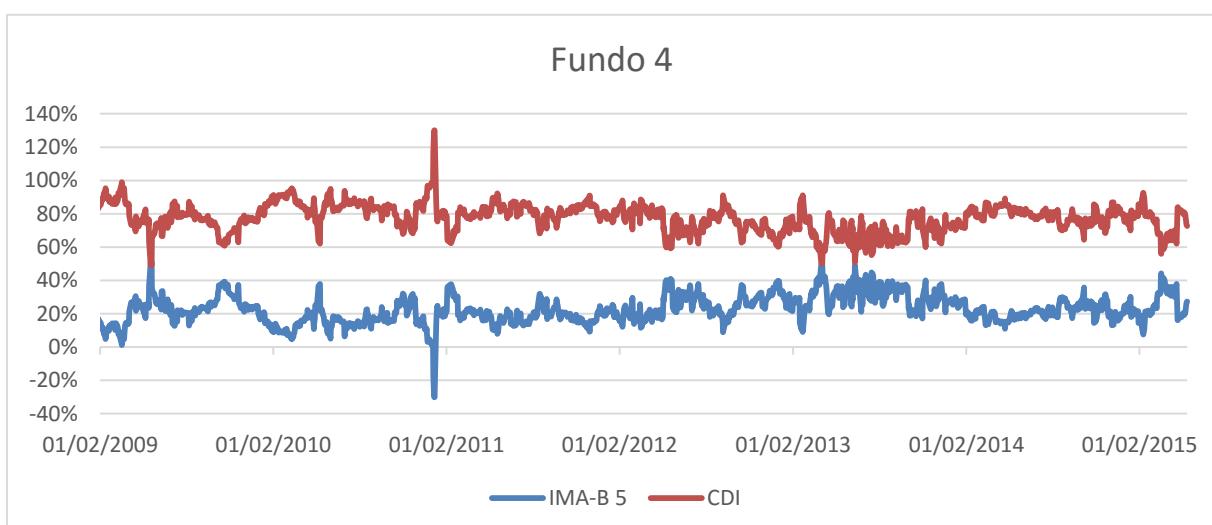
**Gráfico 4:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 2.

**Fonte:** Análise do autor.



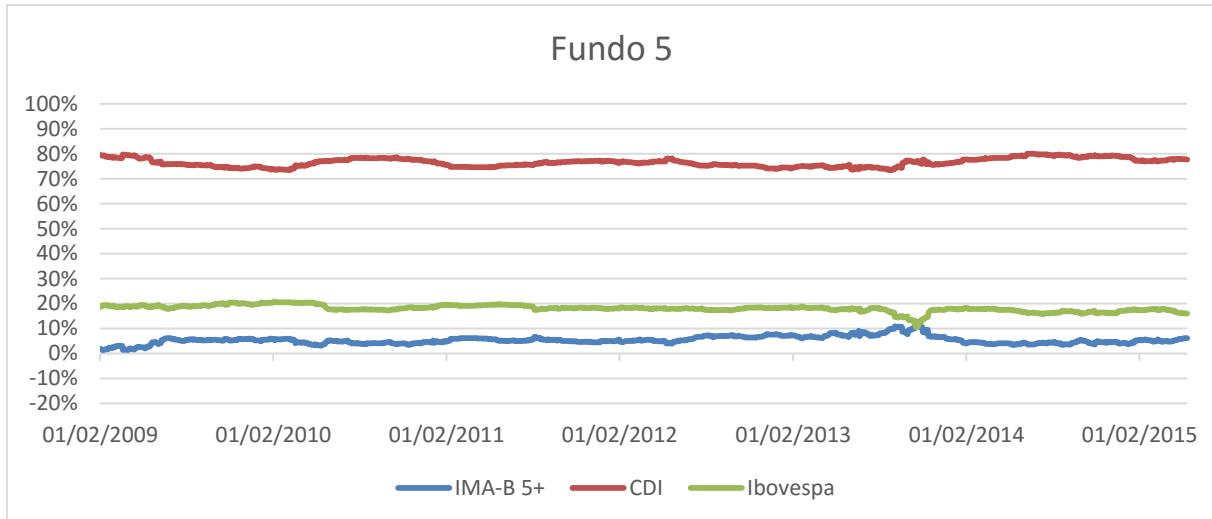
**Gráfico 5:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 3.

**Fonte:** Análise do autor.



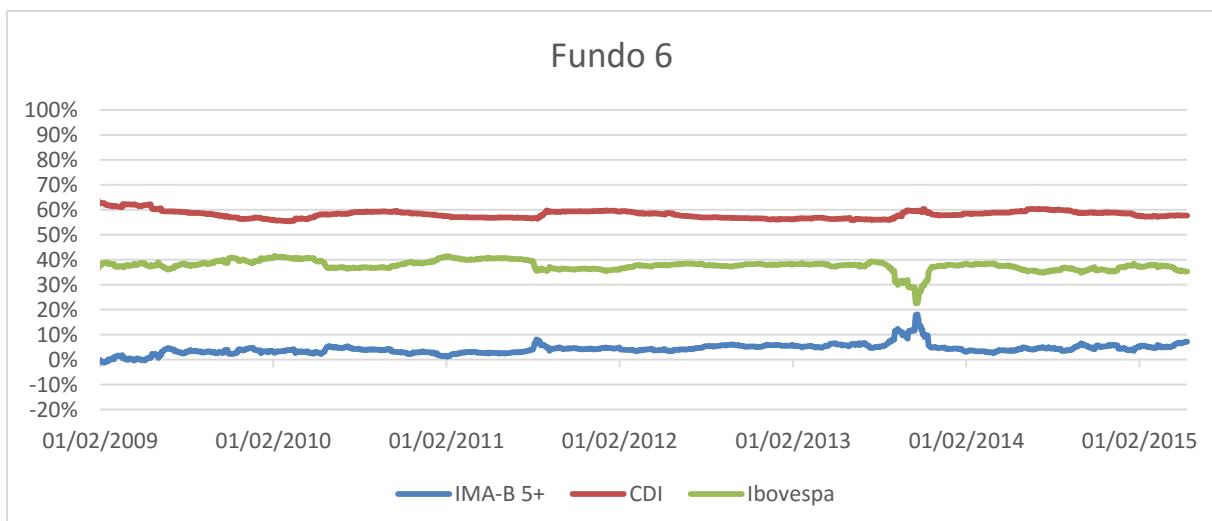
**Gráfico 6:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 4.

**Fonte:** Análise do autor.



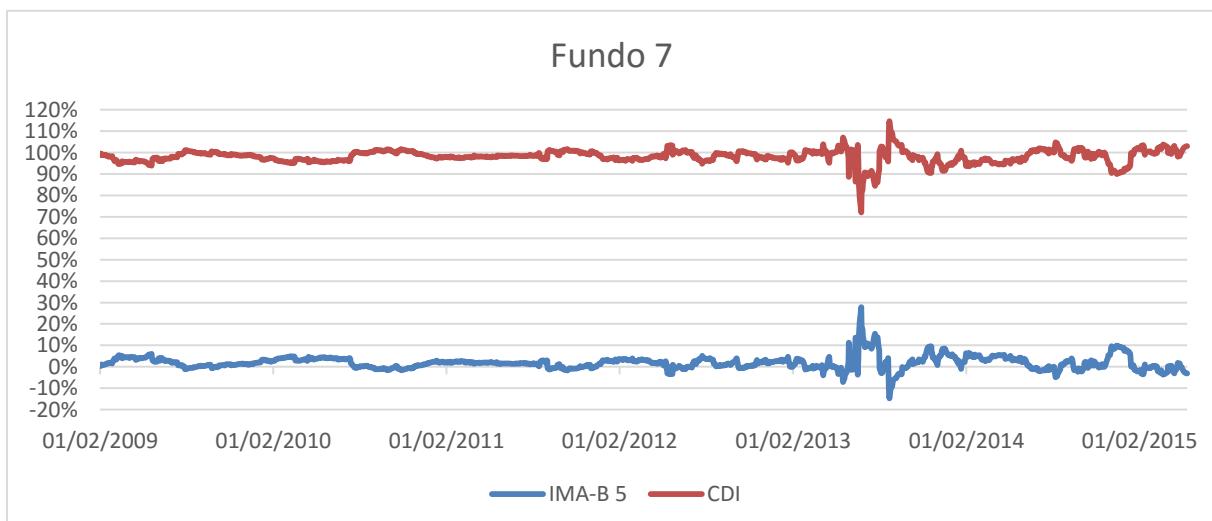
**Gráfico 7:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 5.

**Fonte:** Análise do autor.



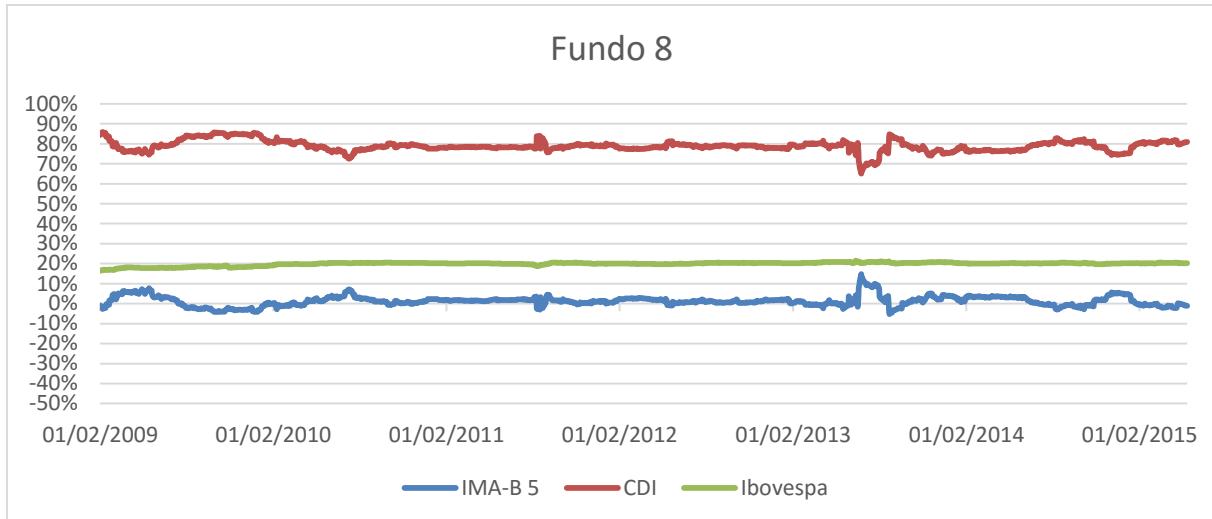
**Gráfico 8:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 6.

**Fonte:** Análise do autor.



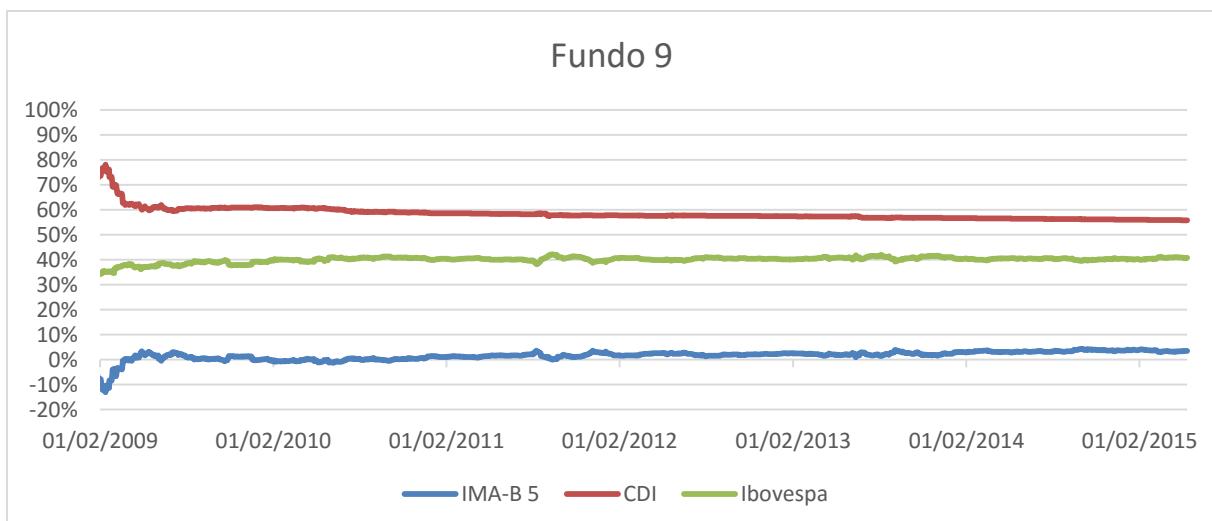
**Gráfico 9:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 7.

**Fonte:** Análise do autor.



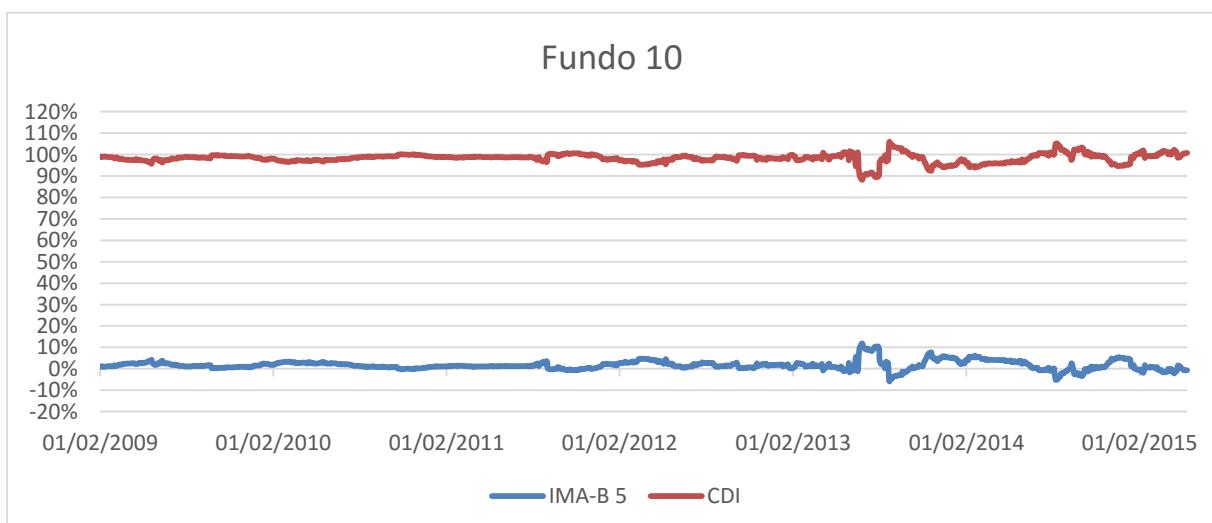
**Gráfico 10:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 8.

**Fonte:** Análise do autor.



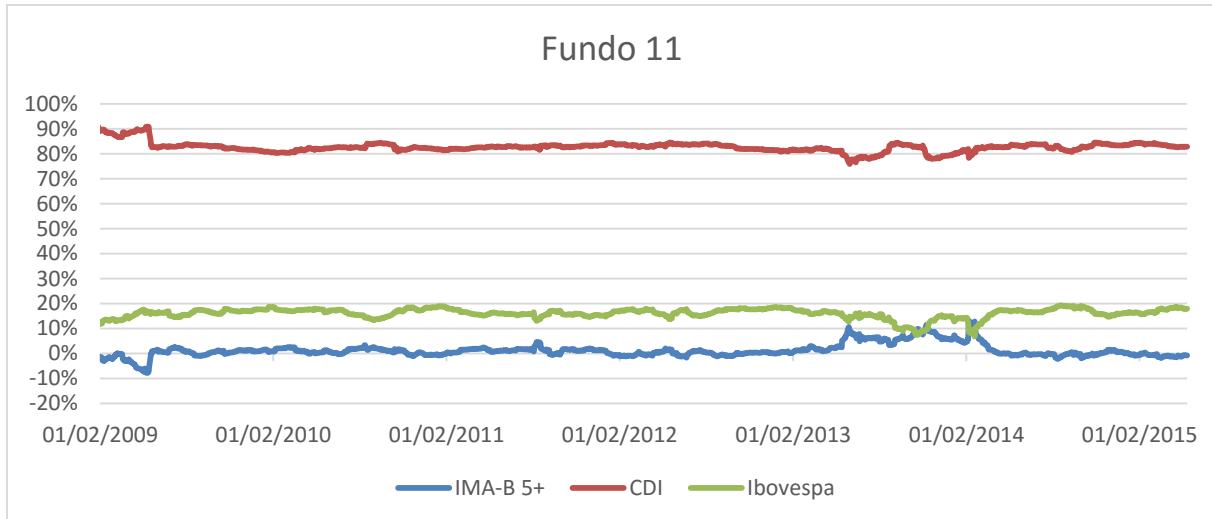
**Gráfico 11:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 9.

**Fonte:** Análise do autor.



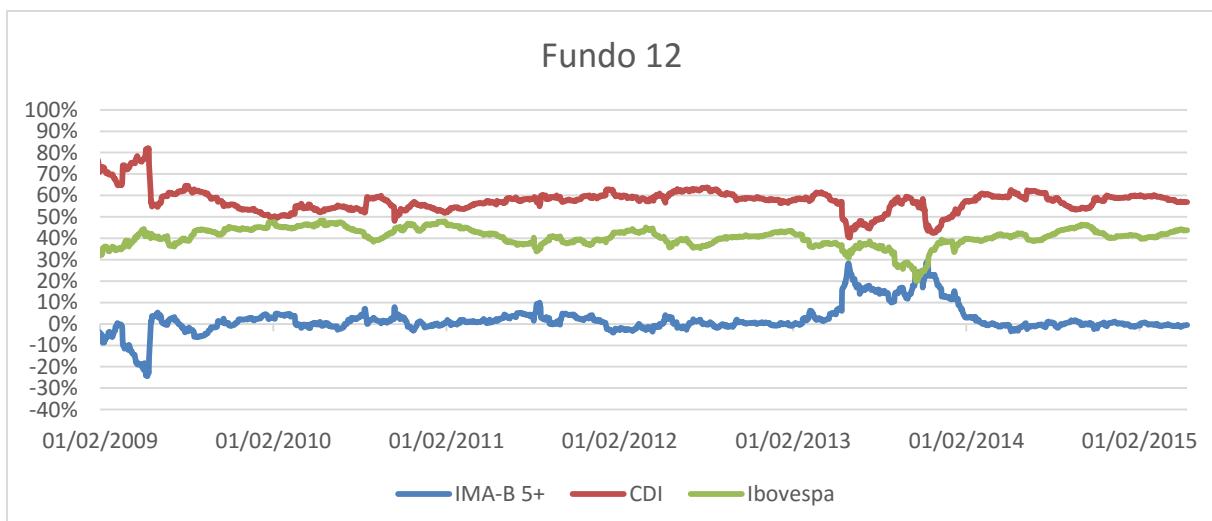
**Gráfico 12:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 10.

**Fonte:** Análise do autor.



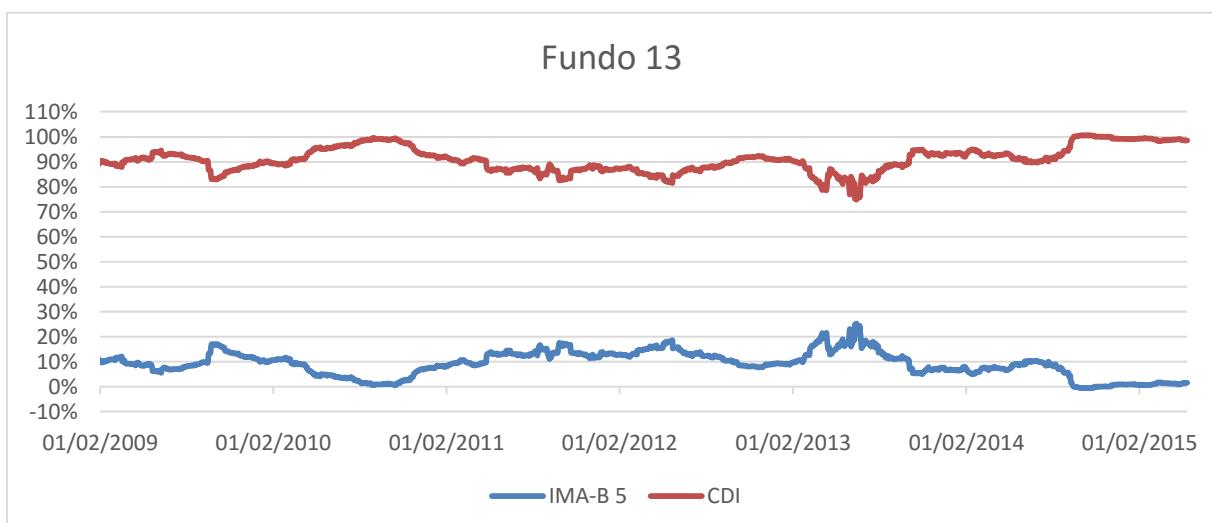
**Gráfico 13:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 11.

**Fonte:** Análise do autor.



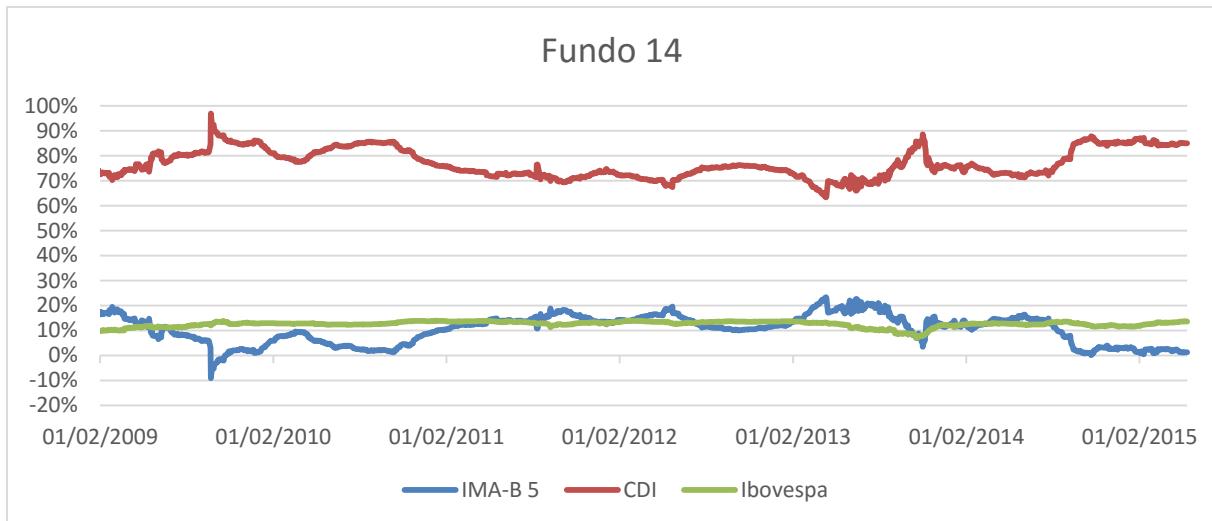
**Gráfico 14:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 12.

**Fonte:** Análise do autor.



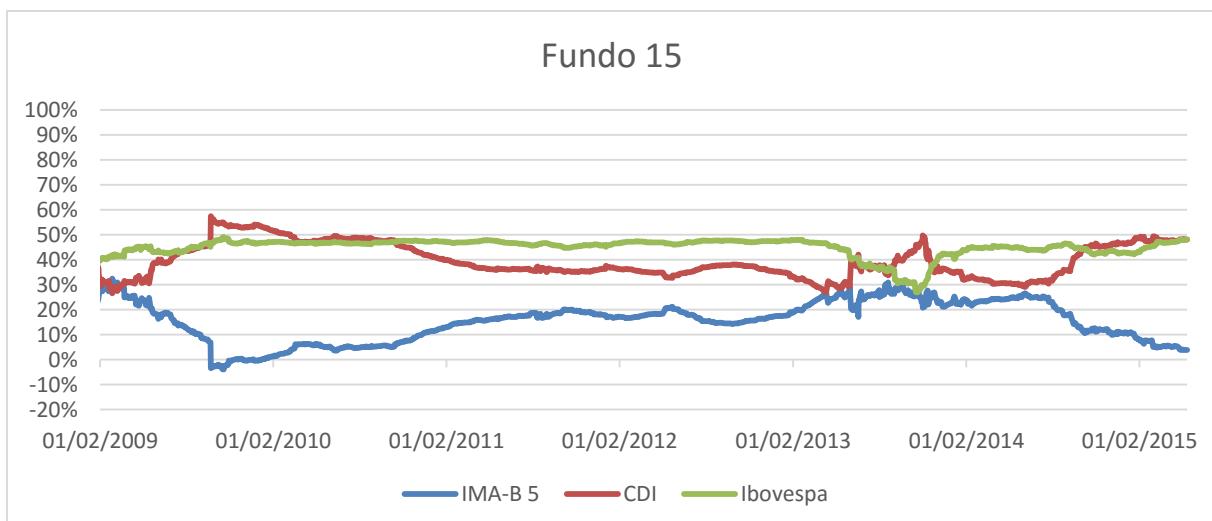
**Gráfico 15:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 13.

**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 16:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 14.

**Fonte:** Análise do autor.



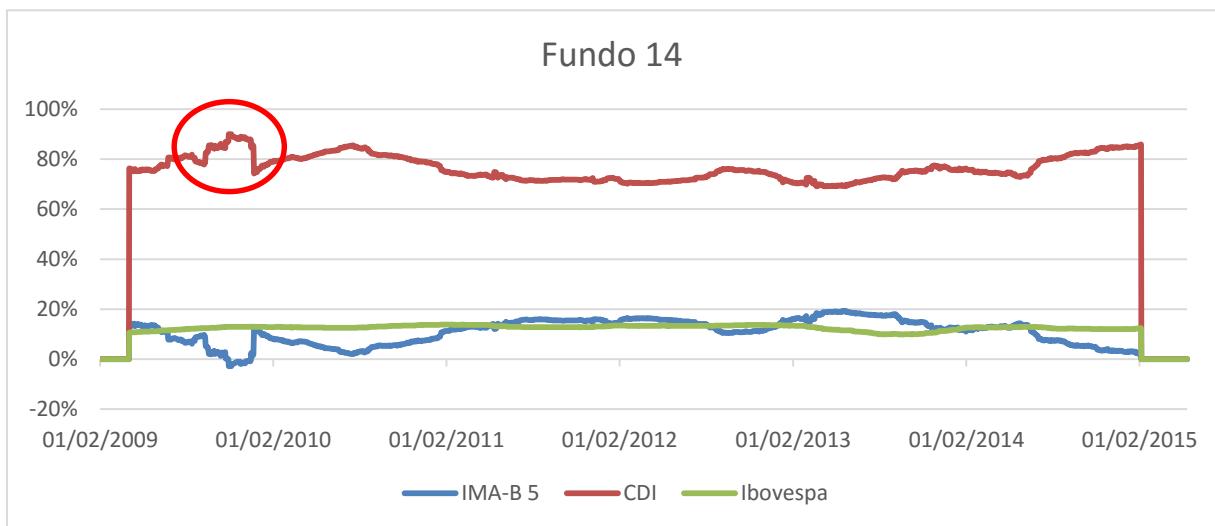
**Gráfico 17:** Modelo final da análise de estilo via suavizador de Kalman do fundo 15.

**Fonte:** Análise do autor.

Em todos os gráficos dos modelos finais via suavizador de Kalman, o mês inicial foi omitido, pois nessas análises de estilo via suavizador de Kalman foi observado que é necessário um período inicial para a estabilização do modelo e, portanto, não faz sentido considerar esse período inicial para fins da análise de estilos. Nos diagnósticos mostrados anteriormente nas tabelas 2 e 3 esse mês inicial também foi desconsiderado para os cálculos do  $R^2$  e EMQ. Dessa forma, o período efetivamente analisado começa em fevereiro de 2009.

Comparando-se o resultado da análise feita via suavizador de Kalman (por exemplo do fundo 14, gráfico 16), com o resultado caso a análise fosse feita via janelas móveis (como podemos ver no gráfico 18 a seguir), pode-se perceber que, como esperado, as janelas móveis suavizam as exposições. No gráfico 18, por exemplo,

está marcado um período em que vemos um aumento consistente e gradativo na posição de CDI, porém na mesma análise feita via suavizador de Kalman vemos que esse aumento é muito provavelmente (quase que) pontual. E o motivo para se acreditar que realmente o filtro de Kalman gera uma interpretação mais fidedigna é o fato de essa técnica utilizar a informação contida na amostra inteira, ao contrário das janelas móveis. Isto está totalmente em linha com resultados de pesquisa de outros autores (tais como Lhabitant, 2009 e Swinkels & Van Der Sluis ,2002).



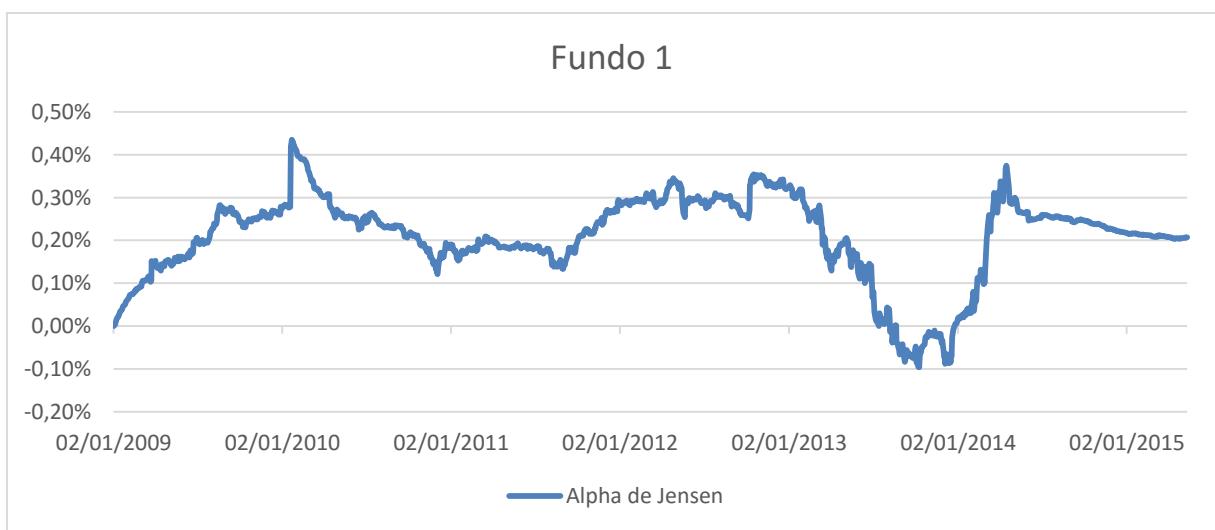
**Gráfico 18:** Modelo final da análise de estilo via janelas móveis do fundo 14.  
**Fonte:** Análise do autor.

Observando os gráficos 3 a 17 com os resultados das exposições encontradas na análise de estilos via filtro de Kalman, também temos mais um forte indicativo da passividade desses fundos, principalmente quando se trata da posição em renda variável dos fundos moderados e agressivos. Esses fundos são justamente os que se esperava serem os mais ativos, por terem em sua composição uma fatia de renda variável. No geral, salvo mínimas exceções, podemos ver que não há uma alternância muito grande entre os ativos investidos nesses fundos, tampouco grandes mudanças nos tamanhos das posições de renda variável, se mantendo praticamente constantes no mesmo nível durante todo o período de análise. Essa observação levou a um estudo mais aprofundado desses fundos com posições em renda variável (moderados e agressivos), que será melhor detalhado na próxima seção.

Outra observação importante que pode ser feita a partir dessa análise é que a maioria dos fundos moderados/agressivos mantém uma posição em renda variável bastante próxima da máxima sinalizada em seus regulamentos, o que é de certa forma bom para um investidor, pois este pode se basear nesta informação a fim

de tomar decisões de alocação de tipos de ativos em sua carteira. As únicas exceções foram os fundos 6 e 12, que tem ambos em seus regulamentos limites de 49% em renda variável, porém, como podemos observar pelos gráficos 8 e 14, ambos mantêm uma média abaixo de 40%. Essa observação significa que investidores desses fundos podem estar pensando investir em um fundo 50% renda fixa e 50% renda variável, mas na verdade estão investindo em um 60%/40%, por exemplo. Isso só demonstra mais uma vez a importância e utilidade da análise de estilos como ferramenta para todos os tipos de investidores.

Na análise via suavizador de Kalman, como foi mostrado anteriormente nas equações 8 e 9, foi incluída a variável  $\alpha$  (alfa de Jensen), para representar o retorno que não estaria correlacionado aos índices e que mediria a habilidade do gestor. Portanto, essa variável também merece ser analisada com atenção. Como exemplo dos resultados encontrados, o gráfico 19 a seguir mostra o alfa de Jensen anualizado para o fundo 1. Os resultados para o restante dos fundos analisados se encontram nos anexos.



**Gráfico 19:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 1.

**Fonte:** Análise do autor.

Em alguns fundos há uma grande alternância nos valores dos alfas dependendo do período, passando de valores negativos de aproximadamente -7% até picos de aproximadamente 5% ao ano. Desta forma, não é possível afirmar que existe consistência de performance ativa.

Mesmo nos fundos em que a variação do alfa é menor, ao compararmos os valores encontrados para os alfas com as taxas de administração cobradas pelos fundos, percebemos que esses valores são menores que as taxas. Portanto, ao

investir nesses fundos e não em seus benchmarks passivos (compostos pela exposição aos índices que representam seu estilo), o investidor estará pagando uma taxa de administração maior do que o valor que os gestores estão sendo capazes de gerar com suas habilidades profissionais. Essa observação foi feita levando-se em conta que a maioria dos  $R^2$  dos modelos finais indica que foi possível explicar boa parte dos retornos dos fundos com poucos índices de renda fixa, somados do Ibovespa no caso de fundos agressivos ou moderados. Hipoteticamente, seria possível investir nos índices de renda fixa dos modelos finais sem taxas de administração e no Ibovespa, através de ETFs (*Exchange Traded Funds*), tais como o BOVA11 (ISHARES IBOVESPA fundo de índice) ou XBOV11 (CAIXA ETF Ibovespa Fundo de Índice), que cobram, respectivamente, 0,54% a.a. e 0,5% a.a. de taxa de administração.

#### 4.3 ANÁLISES ADICIONAIS

Como vimos na seção anterior, os fundos moderados e agressivos das instituições de previdência privada analisados parecem manter posições relativamente constantes em renda variável, sendo que essas posições também não apresentam indícios de serem geridas ativamente, com o Ibovespa conseguindo capturar grande parte da variância dos retornos desses fundos. Esses fundos compostos cobram taxas de administração maiores que os fundos conservadores das mesmas instituições, ou seja, que investem somente em renda fixa. Por isso, era de se esperar que eles fossem mais ativos. Entretanto, o que foi observado nas análises via suavizador de Kalman foi justamente o contrário: os  $R^2$  encontrados para os fundos do tipo composto foram bastante elevados, indicando maior passividade.

Na tabela 4 abaixo, podemos observar as diferenças entre as taxas de administração cobradas por cada instituição, dependendo do valor investido e do tipo de fundo. Essas taxas foram coletadas através dos serviços de atendimento ao consumidor e informações abertamente disponíveis nos sites das instituições durante o mês de julho de 2015, visando serem representativas de pessoas físicas comuns que visam aplicar seus recursos nesses fundos de previdência. Portanto, podem sofrer alterações no caso de produtos exclusivos, clientes especiais ou posteriormente à coleta desses dados.

**Tabela 4:** Taxas de administração cobradas pelas instituições para clientes pessoa física.

		Fundos Conservadores (100% renda Fixa)		Fundos Moderados e Agressivos (Com renda variável)	
		PGBL	VGBL	PGBL	VGBL
Bradesco	Até 10 mil:	2,4%	2,4%	3%	3%
	10-20 mil:	1,9%	2,4%	3%	3%
	20-50 mil:	1,5%	2,4%	3%	3%
	50-100 mil:	1,2%	1,9%	3%	3%
	100-250 mil:	1%	1,5%	2%	2%
	250-350 mil:	1%	1,2%	2%	2%
	>350 mil:	1%	1%	2%	2%
BrasilPrev	Até 0,9 mil:	3%	3%	3%	3%
	0,9-5 mil:	2,5%	2,5%	3%	3%
	5-100 mil:	2%	2%	2%	2%
	100-300 mil:	1,5%	1,5%	2%	2%
	300-500 mil:	1%	1%	2%	2%
	500-2 MM:	0,8%	0,8%	2%	2%
	>2 MM:	0,8%	0,8%	1,5%	1,5%
Itaú	Até 1 mil:	3%	3%	3%	3%
	1-5 mil:	2,5%	2,5%	3%	3%
	5-15 mil:	2,2%	2,2%	3%	3%
	15-50 mil:	2,2%	2,2%	2,5%	2,5%
	50-300 mil:	1,75%	1,75%	2,5%	2,5%
	300-750 mil:	1,3%	1,3%	1,5%	1,5%
	>750 mil:	1%	1%	1,2%	1,2%
Santander Zurich	5-15 mil:	2%	2%	2%	2%
	15-50 mil:	1,8%	1,8%	2%	2%
	50-100 mil:	1,5%	1,5%	2%	2%
	100-300 mil:	1,2%	1,2%	2%	2%
	300-1 MM:	1%	1%	2%	2%
	>1 MM:	0,8%	0,8%	2%	2%
Caixa	Até 1 mil:	2%	3%	2%	3%
	1-50 mil:	2%	2,5%	2%	2,5%
	50-100 mil:	2%	2%	2%	2%
	100-250 mil:	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%
	250-500 mil:	1%	1%	1,25%	1,25%
	500-800 mil:	0,7%	0,7%	1,25%	1,25%
	>800 mil:	0,5%	0,5%	1,25%	1,25%

**Fonte:** Serviços de atendimento ao consumidor e sites das instituições.

Da tabela 4, temos que a diferença entre a taxa de administração cobrada pelos fundos do tipo composto (com investimentos em renda variável) e pelos fundos

conservadores é muitas vezes relevante, mantendo-se principalmente para volumes de investimentos mais elevados.

Essa situação de fundos cobrando altas taxas de administração, teoricamente em troca de uma gestão mais ativa, porém entregando uma administração que é na verdade passiva ou indexada, não é exclusividade do Brasil. Na Europa, essa questão vem sendo bastante discutida, tanto na mídia como no meio acadêmico, já tendo alcançado até mesmo alguns órgãos reguladores.

Como foi citado anteriormente<sup>7</sup>, alguns países europeus estão investigando fundos que cobram altas taxas de administração por uma gestão ativa enquanto têm na realidade uma gestão que pode ser considerada passiva, replicando a performance de índices conhecidos do mercado. Mais ainda, em recente artigo do Financial Times<sup>8</sup>, foi afirmado que o número de fundos que podem ser considerados *closet trackers* (em tradução livre para português: seguidores de índice enrustidos) no Reino Unido duplicou nos últimos doze meses. Ainda segundo recente estudo da SCM Research<sup>9</sup>, mais de um terço de todos os fundos do Reino Unido são nada mais do que cópias caras de fundos de índices. Tudo isso demonstra o tamanho e a relevância do problema a ser enfrentado e levantado por este trabalho.

Desta forma, para aprofundar mais a análise desse problema no Brasil, foi realizado um estudo adicional com foco nos fundos do tipo composto, já que eles são os que cobram taxas de administração mais altas e são os que apresentaram os indícios mais fortes de passividade. Pode ser observado pelas análises da seção anterior que os fundos compostos têm basicamente uma parcela de renda fixa, muito

<sup>7</sup> Nos seguintes artigos:

MARRIAGE, Madison. Sweden begins crackdown on closet trackers. Financial Times, 22 março 2015.

Disponível em: <<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/d39d9a08-cf22-11e4-b761-00144feab7de.html#axzz3bGjZKfWI>>. Acesso em: 25 de maio de 2015.

MARRIAGE, Madison. Sweden pledges to investigate closet trackers. Financial Times, 15 fevereiro 2015.

Disponível em: <<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/8b159d1a-b39f-11e4-9449-00144feab7de.html#axzz3bGjZKfWI>>. Acesso em: 25 de maio de 2015.

MARRIAGE, Madison. The future is bleak for closet trackers. Financial Times, 7 dezembro 2014. Disponível em: <<http://www.ft.com/intl/cms/s/0/0aba6a9c-7bb9-11e4-a695-00144feabdc0.html#axzz3bGjZKfWI>>. Acesso em: 25 de maio de 2015.

<sup>8</sup> No seguinte artigo:

DUNCAN, Eleanor. ‘Closet tracker’ funds more than doubled in the UK. Financial Times, 14 junho 2015.

Disponível em: <<http://www.ft.com/cms/s/0/0cf532e8-0ac9-11e5-98d3-00144feabdc0.html#axzz3gU1Uu1Js>>. Acesso em: 20 de julho de 2015.

<sup>9</sup> SCM Research. Closet Indexation, The UK Epidemic Continues , fevereiro 2015. Disponível em: <<http://www.scmpprivate.com/content/file/knowledge/research/SCM-direct-closet-indexation-epidemic-continues-report-february-2015.pdf>>. Acesso em: 20 de julho de 2015.

parecida com a composição dos fundos conservadores da própria instituição, somados a uma parcela de renda variável, a qual é bastante atrelada ao Ibovespa.

Para verificar se de fato esses fundos compostos conseguem entregar uma performance superior a simplesmente um portfólio passivo composto por uma parcela no fundo conservador da instituição somada de uma parcela no índice Ibovespa, foi feita uma análise adicional dividida em duas partes.

A primeira parte se concentra em verificar se esses fundos compostos entregam alfa, que, conforme explicado nesse trabalho, seria uma medida de habilidade do gestor. Ela se propõe a medir o quanto ele consegue entregar de performance que não é correlacionada aos índices escolhidos, que pode ser, por exemplo, relacionada a timing e seletividade de ativos.

A segunda parte se concentra em verificar a possibilidade de replicar o retorno desses fundos compostos, investindo somente no fundo conservador da própria instituição em análise e no índice Ibovespa, através de um ETF, usando uma estratégia pré-definida. Dessa forma, seria possível pagar uma taxa de administração menor do que ao investir diretamente no fundo composto. Tudo isso sempre com foco no pequeno investidor pessoa física.

#### **4.3.1 Os fundos compostos entregam alfa?**

Conforme explicado anteriormente, nessa subseção serão conduzidos testes a fim de responder se os fundos compostos analisados são capazes de entregar alfa, isto é, uma performance consistentemente acima da de um portfólio passivo composto somente por uma parcela no fundo conservador da instituição em análise somada a uma parcela no índice Ibovespa. Para isso, foram realizados os três testes detalhados a seguir:

- Teste 1: O objetivo deste teste é estudar o alfa de cada fundo composto através de uma regressão usando somente os retornos do fundo conservador e do índice Ibovespa sem restrições de carteira. Para isso será usada a regressão representada na equação 34 a seguir.

$$R_{f,t} = \alpha + \beta_c R_{c,t} + \beta_a R_{a,t} + e_t \quad (34)$$

onde  $R_{f,t}$  representa o retorno do fundo composto (moderado ou agressivo) em questão no tempo  $t$ ;  $R_{c,t}$  representa o retorno do conservador no tempo  $t$ ;  $R_{a,t}$  representa o retorno do índice Ibovespa no tempo  $t$ ;  $\beta_c$  representa o peso do fundo conservador na carteira;  $\beta_a$  representa o peso do índice Ibovespa na carteira;  $\alpha$  é o retorno independente de  $R_{c,t}$  e  $R_{a,t}$ ; e  $e_t$  representa o fator de erro.

Os resultados do teste 1 se encontram na tabela 5 a seguir:

**Tabela 5:** Resultados do teste 1 (Conservador+Ibovespa, sem restrição de carteira).

N.º Fundo	Bradesco		BrasilPrev		Itaú		Santander		Caixa	
	2	3	5	6	8	9	11	12	14	15
Valor do $\alpha$	1,70E-05	4,58E-05	-8,68E-06	-1,76E-05	-3,53E-06	1,78E-06	-3,17E-05	-4,45E-05	-5,56E-05	-1,81E-04
Valor do $\alpha$ anualizado	0,429%	1,162%	-0,219%	-0,443%	-0,089%	0,045%	-0,795%	-1,115%	-1,392%	-4,470%
P-valor do $\alpha$	0,2579	0,2507	0,3346	0,2852	0,7340	0,9241	0,1691	0,3683	0,0002	0,0001

**Fonte:** Análise do autor.

Como podemos perceber na tabela 5, nesse teste sem restrição de carteira, com exceção dos fundos 14 e 15, os p-valores indicam que nenhum dos fundos apresentou alfas estatisticamente significativos para um nível de significância de 5% (nem mesmo 10%). Para o caso específico dos fundos 14 e 15 o alfa se mostrou estatisticamente significativo, porém ele foi negativo no período analisado. Isso sugere que os fundos compostos não são capazes de gerar retornos descorrelacionados do portfólio fundo conservador + Ibovespa, ou, quando conseguem, os mesmos são negativos.

- Teste 2: Tendo em vista os resultados do teste anterior, o objetivo deste teste é verificar se, usando somente o retorno do fundo conservador e o índice Ibovespa como fatores explicativos para o retorno do fundo composto, a restrição de carteira faz sentido. Isto é, se a soma dos pesos de  $\beta_c$  e  $\beta_a$  é igual a 1 numa regressão sem termo independente. Para isso será usada a regressão representada na equação 35 e será utilizado um teste F generalizado para testar a hipótese de que  $\beta_c + \beta_a = 1$ .

$$R_{f,t} = \beta_c R_{c,t} + \beta_a R_{a,t} + e_t \quad (35)$$

Os resultados do teste 2 se encontram na tabela 6 a seguir:

**Tabela 6:** Resultado do teste 2 (teste da restrição de carteira).

	Bradesco		BrasilPrev		Itaú		Santander		Caixa	
N.º Fundo	2	3	5	6	8	9	11	12	14	15
Valor do teste F	5,1916	5,4016	0,3765	0,0032	1,5835	1,2618	1,2031	1,4087	0,1465	1,8966
P-valor do teste F	0,0228	0,0202	0,5396	0,9550	0,2084	0,2615	0,2729	0,2354	0,7019	0,1687

Fonte: Análise do autor.

Dos resultados da tabela 6, percebemos que, com exceção dos fundos 2 e 3, para todos os fundos não foi possível rejeitar a hipótese (a um nível de significância de 5%, ou até mesmo 10%) de que  $\beta_c + \beta_a = 1$ . Ou seja, a restrição de carteira parece fazer sentido para todos os fundos à exceção dos dois do Bradesco.

- Teste 3: Como no teste 2 a restrição de carteira parece ser apropriada, o objetivo deste teste é estudar o alfa de cada fundo composto através de uma regressão com a restrição de carteira. Ao incluir essa restrição, aproxima-se mais ainda da realidade do investidor, que, teoricamente, pode investir um percentual no fundo conservador e o restante no índice Ibovespa, como alternativa a investir no fundo composto. Para isso será usada a regressão representada na equação 36 a seguir.

$$R_{f,t} = \alpha + (1 - \beta_a)R_{c,t} + \beta_a R_{a,t} + e_t \quad (36)$$

Para analisar a performance da carteira formada a partir dessa análise, ou seja, a carteira formada pelo fundo conservador com peso constante de  $(1 - \beta_a)$  e pelo índice Ibovespa com peso constante de  $\beta_a$ , foram incluídos indicadores amplamente usados na literatura, como retornos totais no período, volatilidade e Índice Sharpe. Os resultados do teste para o alfa e os demais indicadores se encontram na tabela 7 a seguir. Na tabela 7 a carteira construída foi chamada de benchmark e o fundo composto analisado simplesmente de fundo.

**Tabela 7:** Indicadores do teste 3 construídos (Conservador+Ibovespa, com restrição de carteira).

	Bradesco		BrasilPrev		Itaú		Santander		Caixa	
N.º Fundo	2	3	5	6	8	9	11	12	14	15
Valor do $\alpha$	-9,94E-06	-2,70E-05	-1,78E-06	-8,75E-06	-7,73E-06	-9,55E-06	-2,35E-05	-4,41E-05	-1,11E-05	-1,58E-05
Valor do $\alpha$ anualizado	-0,250%	-0,678%	-0,045%	-0,220%	-0,195%	-0,240%	-0,590%	-1,105%	-0,279%	-0,398%

<b>P-valor do <math>\alpha</math></b>	0,1069	0,0996	0,7841	0,4629	0,2315	0,4122	0,0887	0,1364	0,1262	0,5016
<b>Valor do <math>\beta_a</math></b>	0,1359	0,3636	0,1818	0,3763	0,1941	0,3930	0,1576	0,4002	0,1225	0,4451
<b>Intervalo de confiança (95%) do <math>\beta_a</math> (<math>\pm</math>)</b>	0,0008	0,0021	0,0008	0,0015	0,0008	0,0015	0,0018	0,0038	0,0009	0,0031
<b>P-valor do <math>\beta_a</math></b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>R<sup>2</sup></b>	0,9861	0,9861	0,9916	0,9932	0,9924	0,9939	0,9504	0,9634	0,9767	0,9809
<b>Ret. tot. fundo</b>	0,8218	0,7255	0,8592	0,7880	0,8202	0,7668	0,7702	0,6614	0,8203	0,7311
<b>Ret. tot. bench.</b>	0,8511	0,8021	0,8646	0,8135	0,8429	0,7942	0,8382	0,7845	0,8530	0,7768
<b>Vol fundo</b>	0,0021	0,0056	0,0028	0,0058	0,0030	0,0060	0,0025	0,0062	0,0019	0,0068
<b>Vol bench.</b>	0,0021	0,0055	0,0028	0,0057	0,0030	0,0060	0,0024	0,0061	0,0019	0,0067
<b>IS fundo</b>	1,2724	-16,8738	14,1304	-5,4120	0,3241	-8,7709	-19,8366	-25,5318	0,6061	-12,9249
<b>IS bench.</b>	15,3713	-3,1037	16,1165	-0,9875	8,0047	-4,1891	7,9010	-5,7125	18,0441	-6,2898

**Fonte:** Análise do autor.

Em nenhum dos casos da tabela 7 o alfa encontrado foi positivo, porém nenhum deles o p-valor foi significativo a um nível de significância de 5%. Ao observar os valores encontrados para  $\beta_a$ , ou seja, os pesos do índice Ibovespa, podemos perceber que seus intervalos de confiança são muito pequenos comparativamente ao valor encontrado, sugerindo que não é feita uma gestão muito ativa da porção de renda variável nas carteiras dos fundos compostos, pois na maior parte do tempo os pesos do índice Ibovespa na carteira dos fundos compostos em análise se mantêm muito próximo dos valores de  $\beta_a$ .

Destaca-se que a carteira construída obteve uma melhor performance que o fundo composto em todos os casos, medidas pelo retorno total e pelo Índice Sharpe. Isso serve como um indicativo de que poderia ser possível para um investidor obter retornos semelhantes, ou até mesmo melhores, que os dos fundos compostos com estratégias simples, como a que foi utilizada.

Como deve ser feito em toda regressão, foram observados os diagnósticos gráficos e testes de normalidade para os resíduos das três regressões utilizadas nessa subseção, assim como foram feitos testes para autocorrelação e heteroscedasticidade.

Não foram encontrados indícios de normalidade nos erros de nenhuma das regressões, para nenhum fundo, o que faz com que não se possa confiar nas inferências estatísticas obtidas. Já nos testes de autocorrelação e

heteroscedasticidade, os resultados foram mesclados, com a maioria dos fundos apresentando indícios tanto de autocorrelação quanto de heteroscedasticidade. Apesar disso, nenhuma correção adicional foi feita nas regressões, pois os estimadores de beta e alfa ainda podem ser considerados ótimos, além de que serão conduzidas outras análises mais eficazes (do tipo fora da amostra) na subseção a seguir.

#### **4.3.2 É possível para um pequeno investidor replicar a performance dos fundos compostos, com uma taxa de administração menor?**

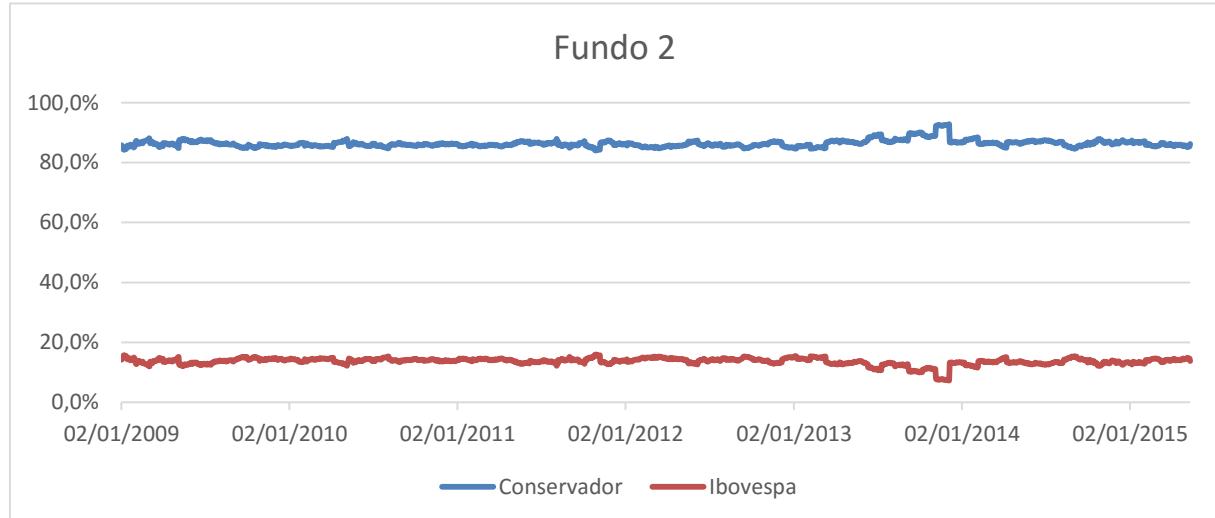
Na subseção anterior, não foram encontradas evidências de que os fundos compostos (moderados e agressivos) entregam retornos descorrelacionados do fundo conservador da instituição ou do Ibovespa, ou que eles entregam, porém negativos. Foi observado também que todos os benchmarks construídos somente por um percentual fixo no fundo conservador somado de um percentual no índice Ibovespa apresentaram melhores retornos totais e Índices Sharpe que os fundos compostos em análise. Isso serve como um indicativo de que poderia ser possível para um investidor obter retornos semelhantes, ou até mesmo melhores, que os dos fundos compostos com estratégias simples como essa.

Entretanto, a análise anterior foi do tipo dentro da amostra (*in-sample*), ou seja, utilizou-se de toda a amostra para determinação dos pesos. Além disso, a suposta estratégia teria rebalanceamento diário para mantê-la sempre com uma proporção fixa entre o fundo conservador e o Ibovespa, o que a tornaria completamente fora de realidade para o tipo de investidor analisado neste trabalho, além de elevar por demais o custo da estratégia. Esse problema ocorreria pois, como os retornos diários entre esses dois ativos são diferenciados, a carteira inevitavelmente desbalancearia a cada dia.

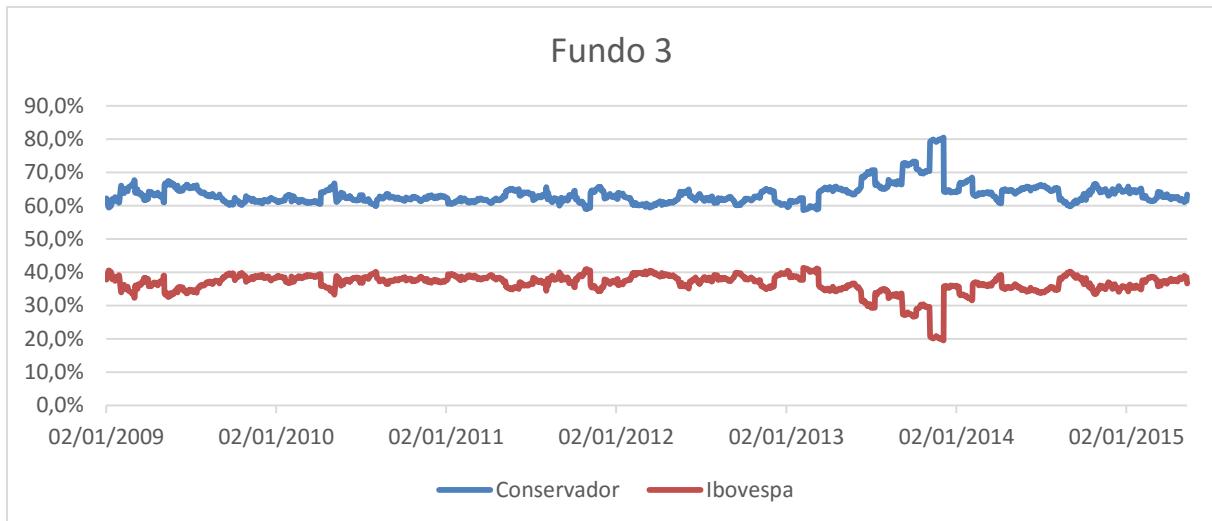
Com isso, o objetivo dessa subseção é desenvolver um benchmark do tipo fora da amostra (*out-of-sample*) que possa ser replicado sem custos elevados para um pequeno investidor, a fim de investigar a possibilidade de obtenção de retornos semelhantes aos dos fundos compostos, usando a estratégia simples de investir um percentual no fundo conservador da própria instituição e o restante no índice Ibovespa

(através de um ETF), dessa forma pagando uma menor taxa de administração que investir diretamente no fundo composto.

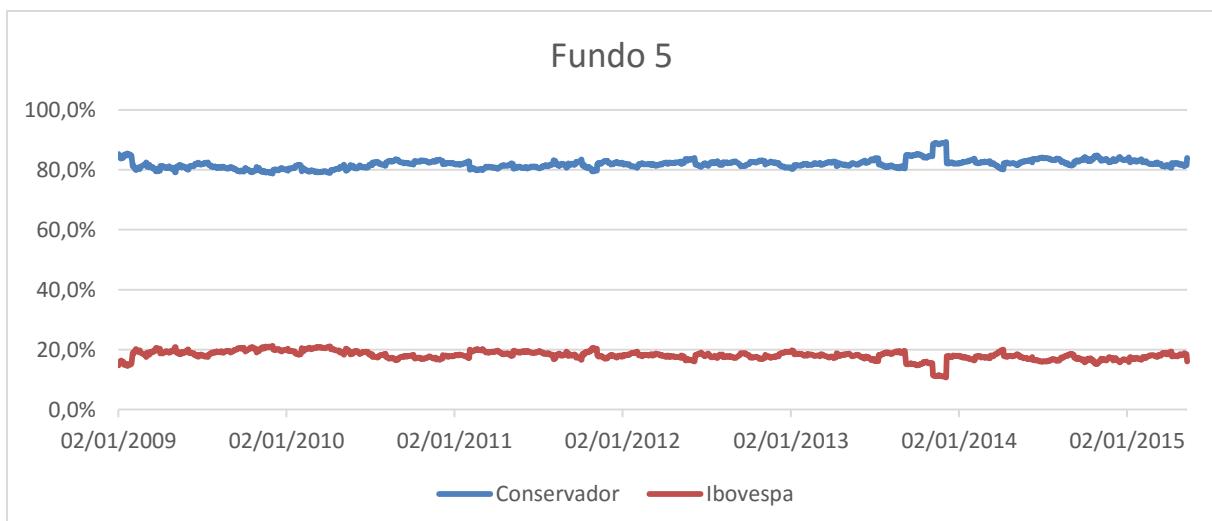
Para atingir esse objetivo, montou-se um benchmark passivo para cada fundo moderado/agressivo das instituições, composto somente pelo fundo conservador de cada instituição e o índice Ibovespa. Esse benchmark foi construído da seguinte forma: a cada mês ( $m$ ) é calculado o estilo do fundo conservador/moderado, ou seja, os pesos teóricos de cada ativo dentro da carteira do fundo, via a análise de estilos mais simples de Sharpe (1992), através de uma regressão múltipla sem intercepto e com a restrição de pesos somando 100%. De posse dos pesos dos ativos é montada uma carteira que será utilizada no mês seguinte ( $m+1$ ). Esse procedimento se repete mensalmente, tornando, dessa forma, o rebalanceamento mensal e diminuindo os custos para o pequeno investidor, além de constituir uma análise do tipo fora da amostra (*out-of-sample*). As regressões para a análise de estilos são montadas regredindo-se o retorno do fundo a ser analisado somente contra o fundo conservador da própria instituição e o Ibovespa. Os pesos das carteiras teóricas dos benchmarks criados com o fundo conservador e o Ibovespa se encontram nos gráficos 20 a 29 a seguir.



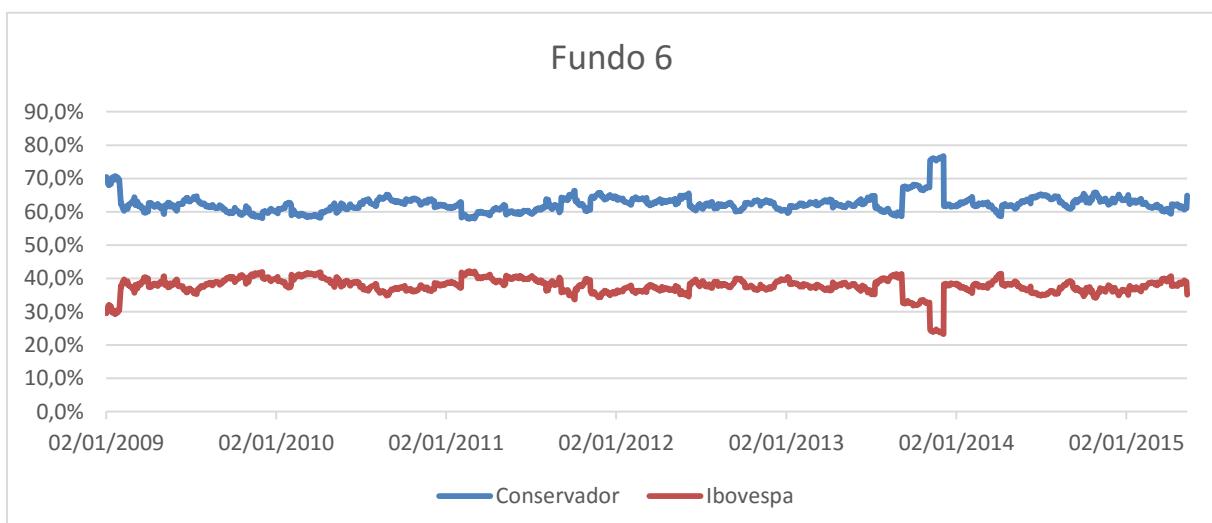
**Gráfico 20:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 2.  
**Fonte:** Análise do autor.



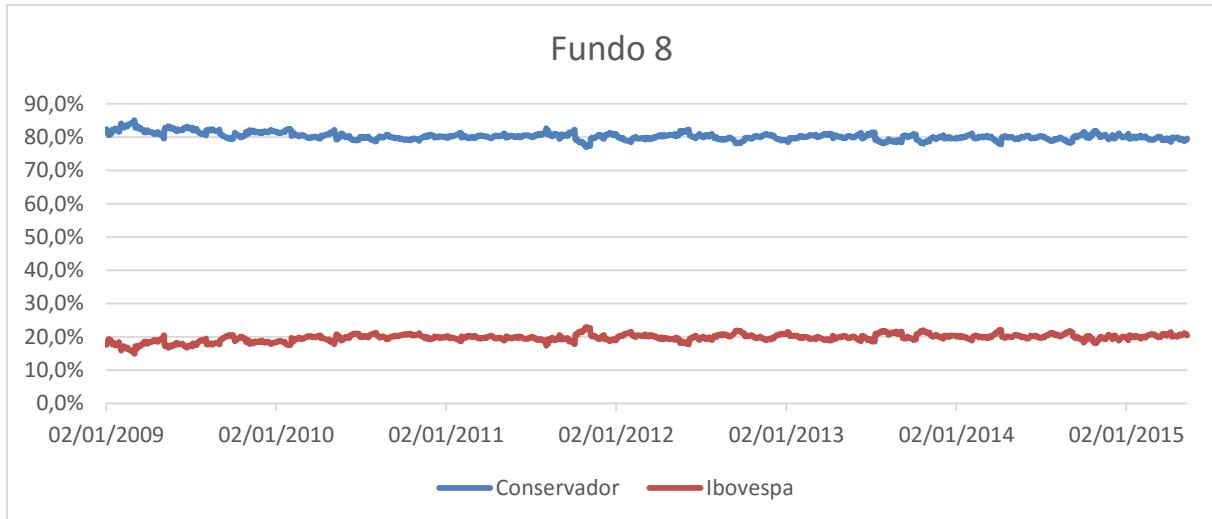
**Gráfico 21:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 3.  
**Fonte:** Análise do autor.



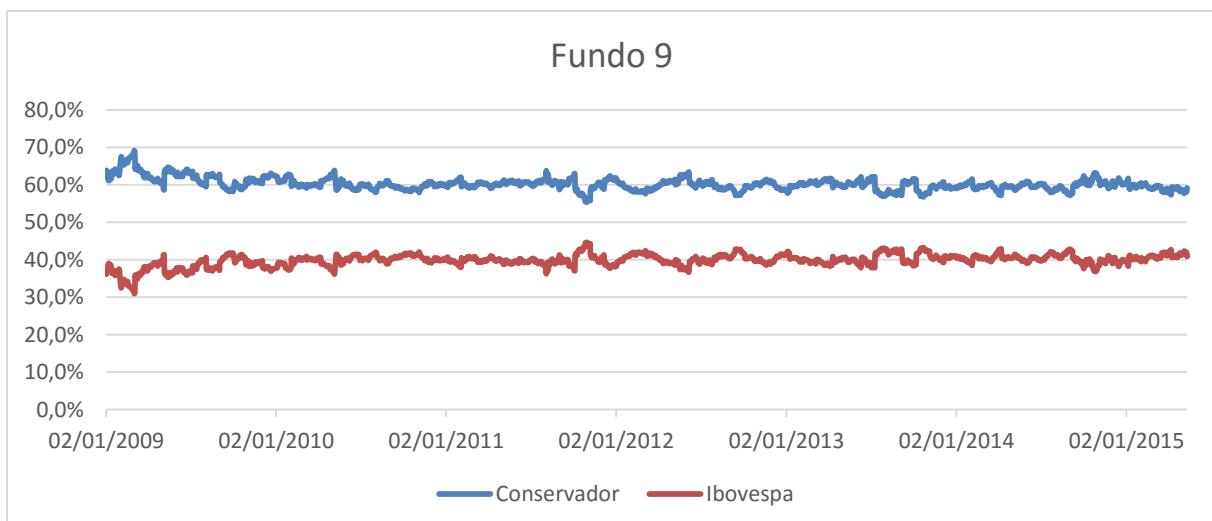
**Gráfico 22:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 5.  
**Fonte:** Análise do autor.



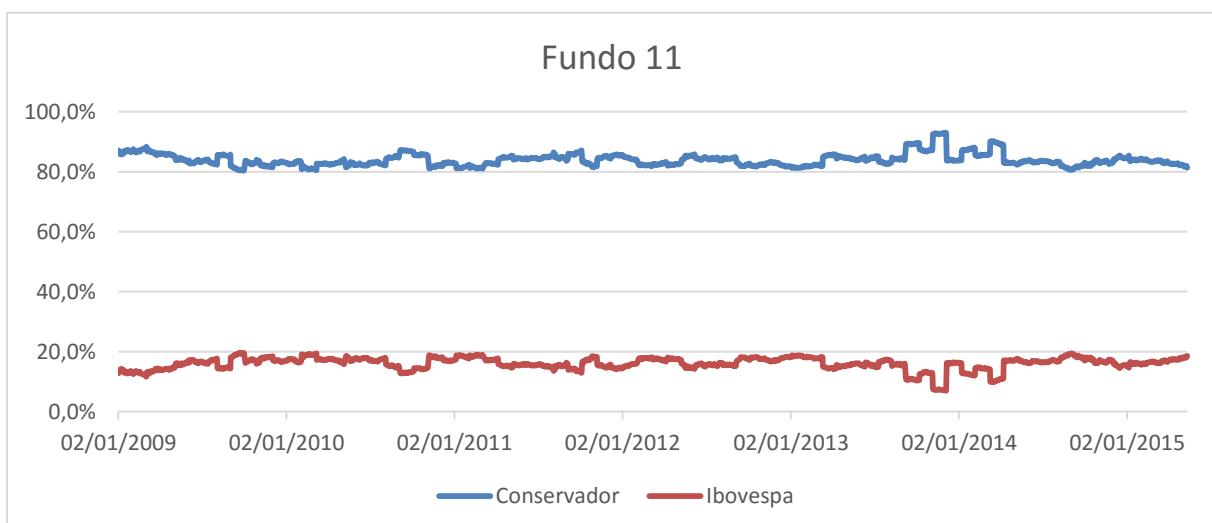
**Gráfico 23:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 6.  
**Fonte:** Análise do autor.



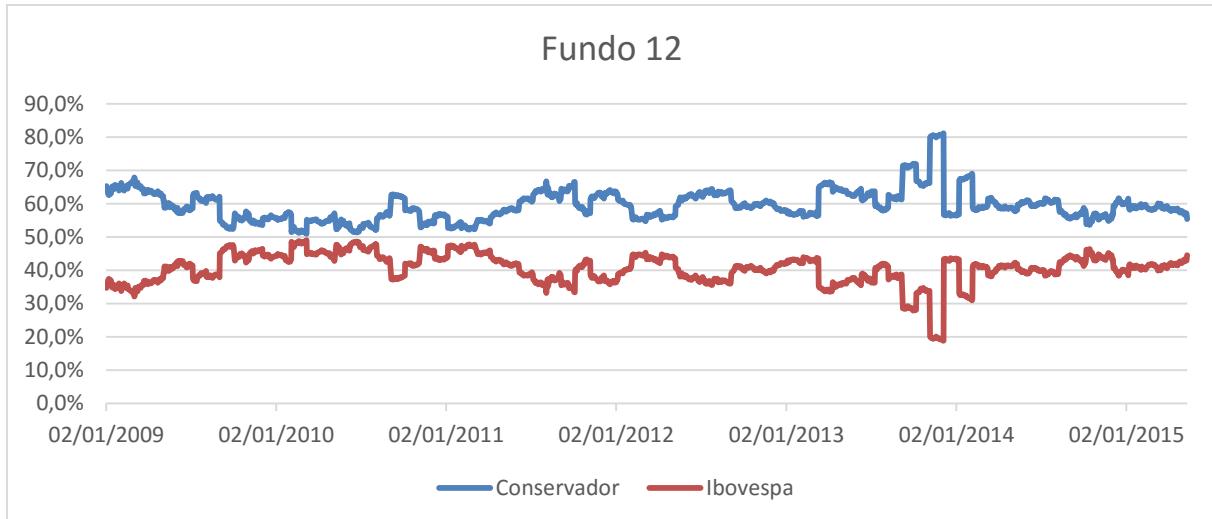
**Gráfico 24:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 8.  
**Fonte:** Análise do autor.



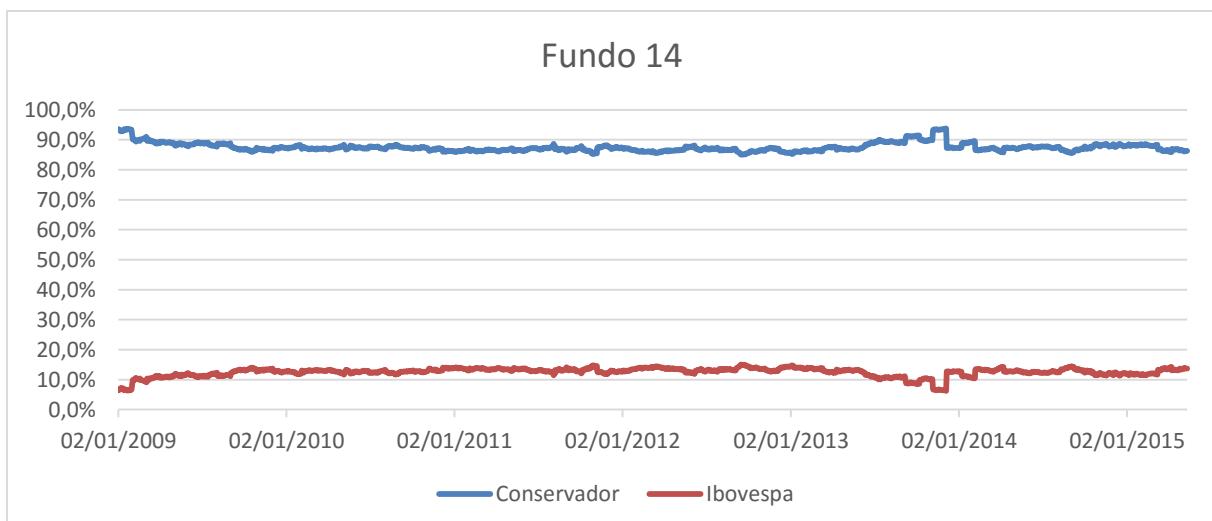
**Gráfico 25:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 9.  
**Fonte:** Análise do autor.



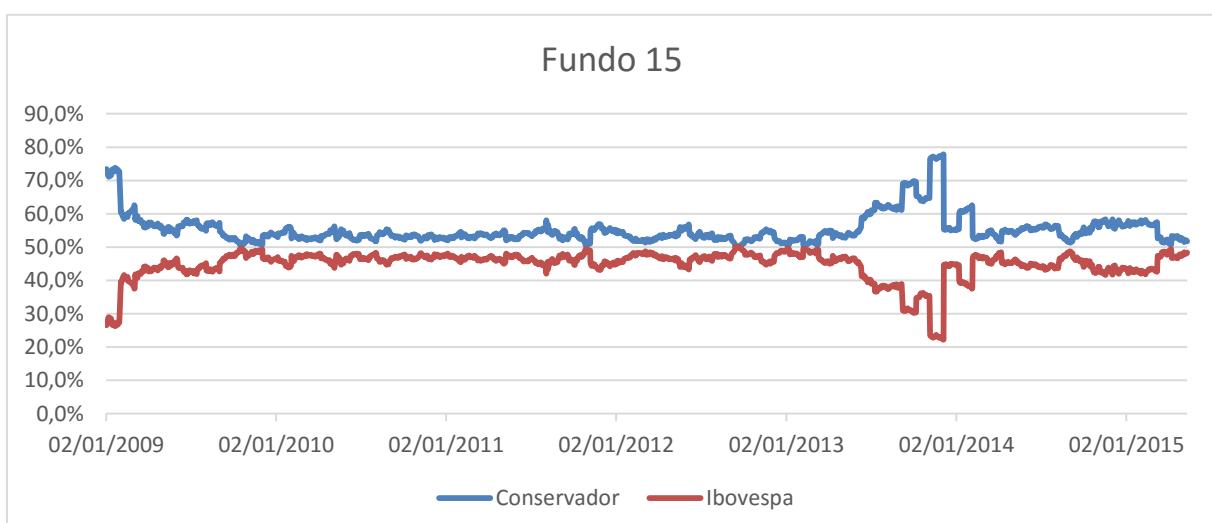
**Gráfico 26:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 11.  
**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 27:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 12.  
**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 28:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 14.  
**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 29:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando Ibovespa + Conservador do fundo 15.  
**Fonte:** Análise do autor.

Nos gráficos existem certas descontinuidades, que são exatamente os rebalanceamentos da carteira sendo feitos mensalmente. Podemos observar também que, com exceção dos benchmarks dos fundos 5, 8 e 9, todos os benchmarks se mantiveram dentro dos limites de exposição à renda variável dos fundos agressivos/moderados em análise. Mesmo nos fundos 5, 8 e 9, a exposição à renda variável ficou muito próxima dos limites dos fundos em todo o período de análise, somente excedendo-o durante alguns dias. Com isso, podemos afirmar que esses benchmarks que foram criados poderiam servir como substitutos ao investimento feito diretamente nos fundos agressivos/moderados mesmo no caso em que o investidor tem restrições específicas de tamanho para investimentos em renda variável.

A fim de se avaliar o benchmark construído contra o fundo estudado, foram calculados vários indicadores amplamente utilizados na literatura, como: retorno acumulado, Índice Sharpe e retorno acumulado/volatilidade. Para uma comparação estatística entre as séries de retornos do benchmark passivo calculado e do fundo referente, empregou-se a correlação de Spearman e p-valor do teste de Wilcoxon-Mann-Whitney. A escolha do teste não-paramétrico de Wilcoxon-Mann-Whitney se deu pois ele é amplamente empregado na literatura quando se trata de comparações entre fundos, além de ser considerado mais eficaz do que o teste t quando não se pode afirmar que os dados apresentam uma distribuição normal<sup>10</sup>. Já a correlação de Spearman é uma estatística também não-paramétrica que não requer suposições acerca da distribuição dos dados, além de permitir detectar relações não-lineares. Esses indicadores podem ser encontrados na tabela 8 a seguir, onde valores em negrito significam vantagem em determinado fator de comparação.

**Tabela 8:** Indicadores dos benchmarks construídos (conservador + Ibovespa) vs. fundos analisados.

	Bradesco		BrasilPrev		Itaú		Santander		Caixa	
Nº. Fundo	2	3	5	6	8	9	11	12	14	15
Rho-Spearman	0,9923	0,9922	0,9959	0,9962	0,9977	0,9977	0,9758	0,9813	0,9899	0,9896
Pval-wilcoxon	0,9461	0,9669	0,9954	0,9670	0,9618	0,9496	0,9687	0,9979	0,9936	0,9866
Ret. total fundo	82,2%	72,6%	<b>85,9%</b>	<b>78,8%</b>	<b>82,0%</b>	<b>76,7%</b>	77,0%	66,1%	82,0%	<b>73,1%</b>
Ret. total benchmark	<b>84,1%</b>	<b>75,0%</b>	85,3%	75,2%	80,6%	71,6%	<b>80,5%</b>	<b>70,6%</b>	<b>82,1%</b>	68,5%
Vol anual. fundo	3,31%	8,81%	4,49%	9,14%	4,71%	9,49%	3,92%	9,81%	3,01%	10,81%

<sup>10</sup> Os retornos dos fundos analisados, bem como de seus benchmarks construídos, de fato não apresentaram indícios de seguirem uma distribuição normal.

<b>Vol anual. benchmark</b>	<b>3,30%</b>	<b>8,79%</b>	<b>4,42%</b>	<b>9,02%</b>	<b>4,68%</b>	<b>9,43%</b>	<b>3,83%</b>	<b>9,63%</b>	<b>2,94%</b>	<b>10,56%</b>
<b>IS fundo</b>	0,8285	-17,040	<b>13,802</b>	<b>-5,573</b>	<b>0,0119</b>	<b>-8,925</b>	-20,211	-25,681	0,1180	<b>-13,060</b>
<b>IS benchmark</b>	<b>10,051</b>	<b>-12,757</b>	11,717	-12,079	-4,6831	-17,530	<b>-6,3788</b>	<b>-18,839</b>	<b>0,2873</b>	-20,351
<b>Ret/vol fundo</b>	0,1810	0,0643	0,1387	<b>0,0661</b>	<b>0,1278</b>	<b>0,0626</b>	0,1459	0,0545	0,1986	<b>0,0538</b>
<b>Ret/vol bench.</b>	<b>0,1847</b>	<b>0,0660</b>	<b>0,1400</b>	0,0646	0,1270	0,0598	<b>0,1545</b>	<b>0,0581</b>	<b>0,2034</b>	0,0524

**Fonte:** Análise do autor.

Todas as correlações de Spearman da tabela 8 são bastante elevadas, com a menor delas ainda acima dos 97,5%, o que sugere que as séries de retorno do benchmark calculado não diferem muito das séries dos fundos originais<sup>11</sup>. Essa sugestão é confirmada pelos testes de Wilcoxon-Mann-Whitney, que apresentaram p-valores todos acima de 94%, ou seja, muito longe de se rejeitar a hipótese nula mesmo para níveis de significância elevados (a hipótese nula desse teste diz que as distribuições das duas amostras são iguais). Ao se observar o retorno total, vemos que os benchmarks calculados ganham em metade dos casos analisados, além de apresentarem todos volatilidades menores que os fundos.

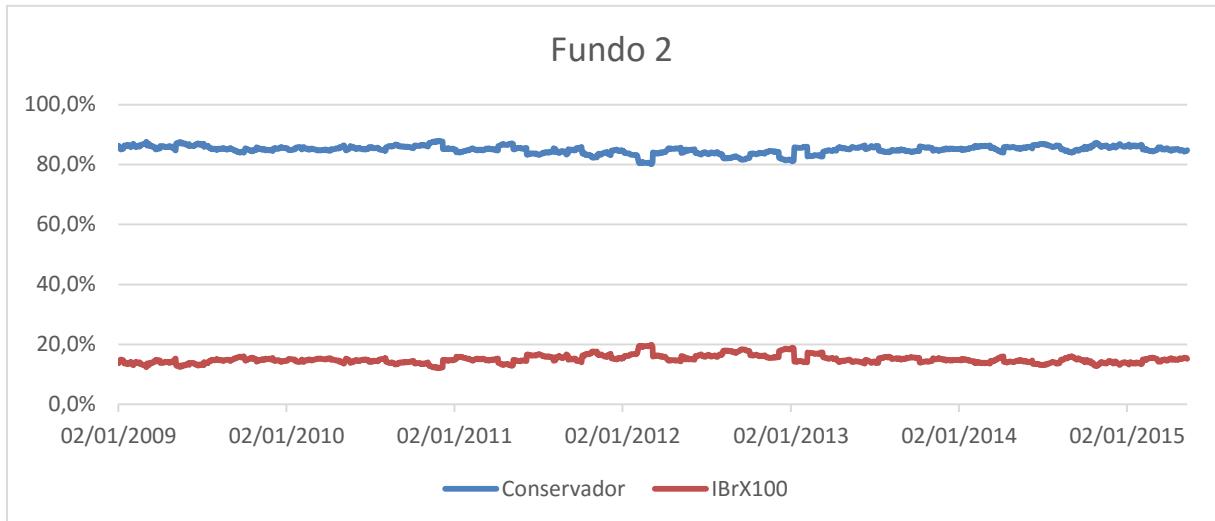
Por consequência, é plausível afirmar que é possível construir uma carteira passiva, formada apenas pelo fundo conservador da instituição e pelo índice Ibovespa, investido através de um ETF (por exemplo o XBOV11, que cobra 0,5% a.a. de taxa de administração), com estilo semelhante e retornos sem diferença estatística significante aos do fundo moderado/agressivo em análise, pagando uma taxa de administração menor que estes. A demonstração matemática da afirmação de que a taxa de administração paga na carteira construída será menor que a do fundo moderado/agressivo referente pode ser encontrada na seção 7.3 em anexo.

Ao comparar as taxas de administração cobradas pelos ETFs mais líquidos negociados na bolsa de valores de São Paulo, foi constatado que pode existir uma alternativa ao ETF de Ibovespa XBOV11 (CAIXA ETF Ibovespa Fundo de Índice) pagando uma taxa de administração menor ainda. O ETF de IBrX-100 BRAX11 (iShares IBrX - Índice Brasil (IBrX-100) fundo de índice) tem uma taxa de administração de 0,2% a.a., menor que os 0,5% a.a. do ETF de Ibovespa. Por isso, foi realizado mais um teste adicional para verificar se é possível encontrar resultados

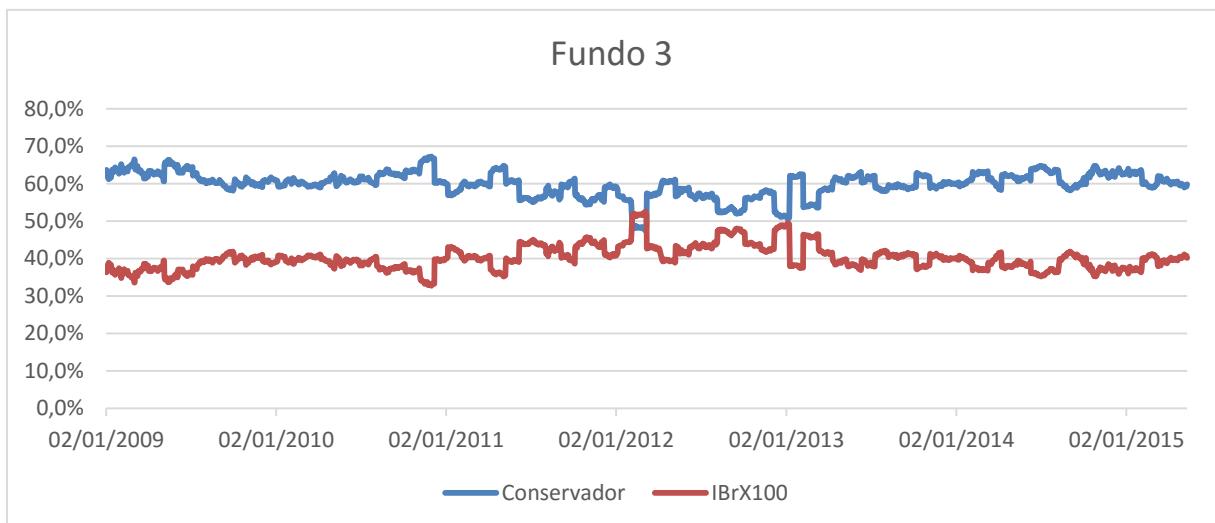
---

<sup>11</sup> Nessa análise, assim como no restante do trabalho, todos os cálculos foram feitos com os retornos dos fundos recompostos da taxa de administração (cota bruta).

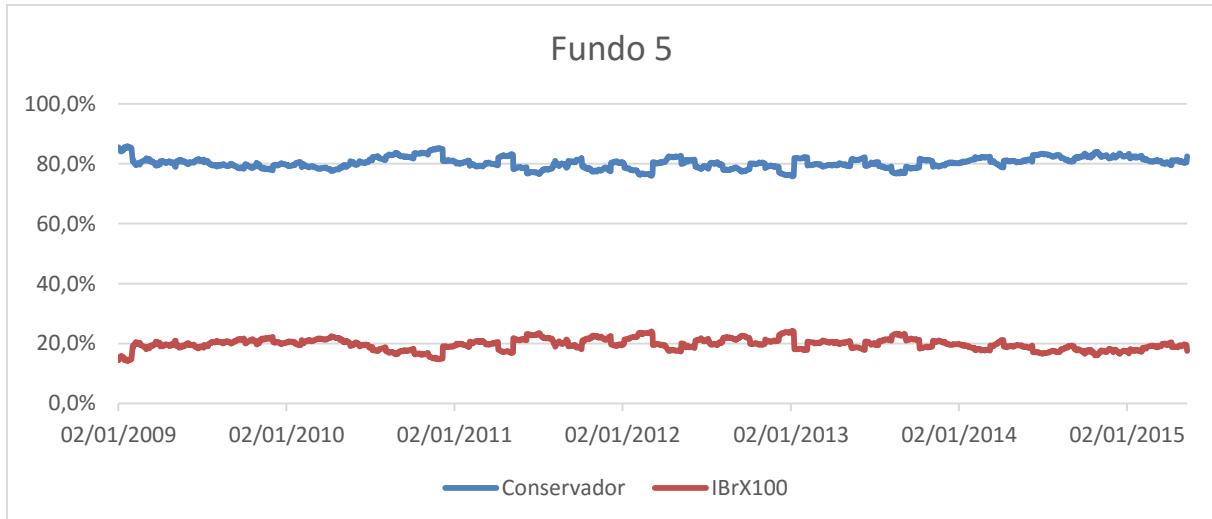
semelhantes aos da tabela 5 usando-se o IBrX-100 como fator explicativo dos retornos atrelados a renda variável dos fundos, no lugar do Ibovespa. Os pesos das carteiras teóricas dos benchmarks criados com o fundo conservador e o IBrX-100 se encontram nos gráficos 30 a 39 a seguir.



**Gráfico 30:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 2.  
**Fonte:** Análise do autor.

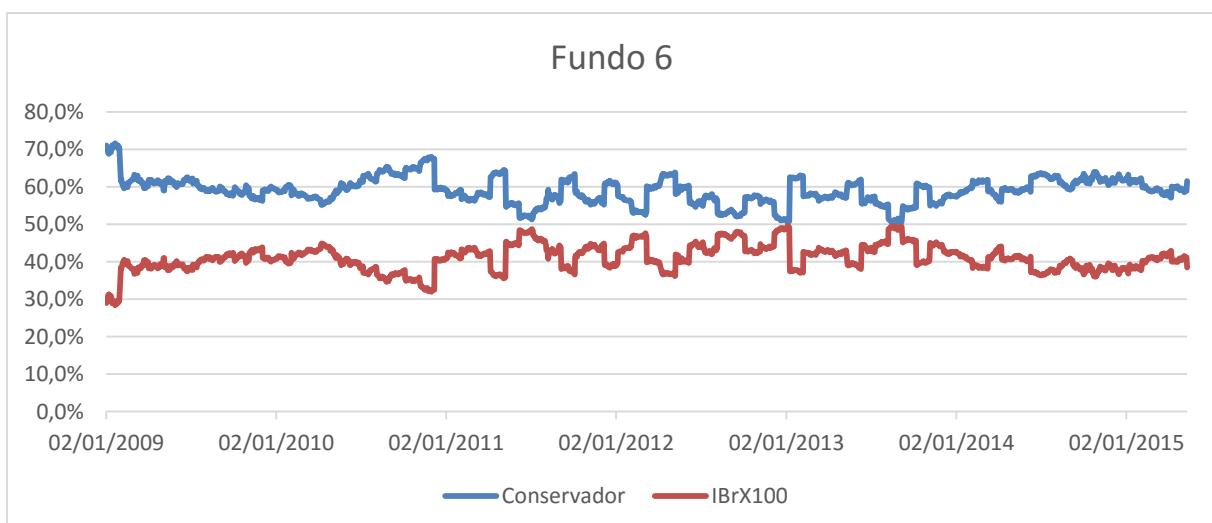


**Gráfico 31:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 3.  
**Fonte:** Análise do autor.



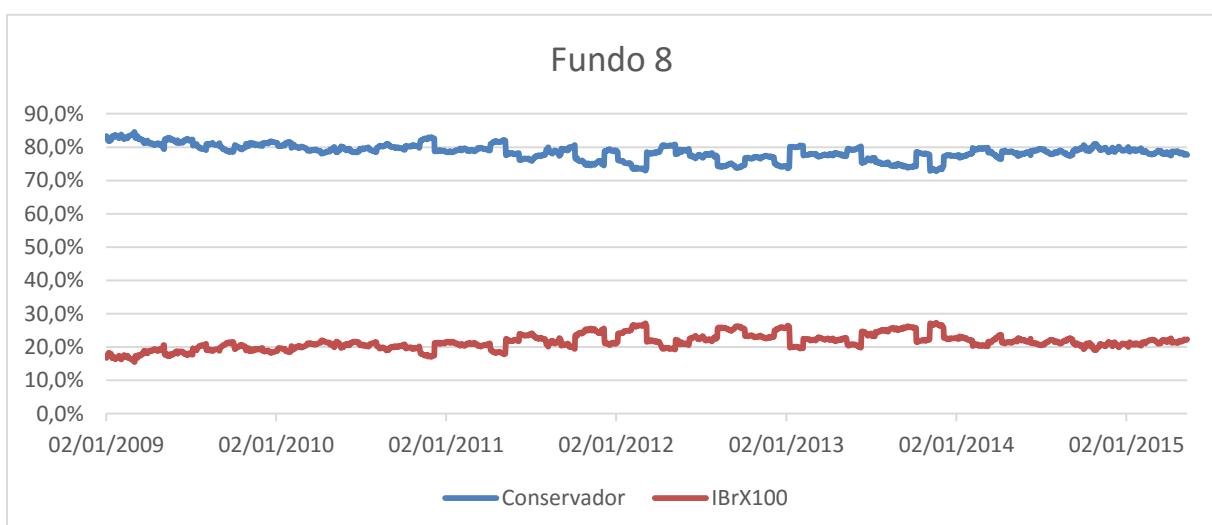
**Gráfico 32:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 5.

**Fonte:** Análise do autor.



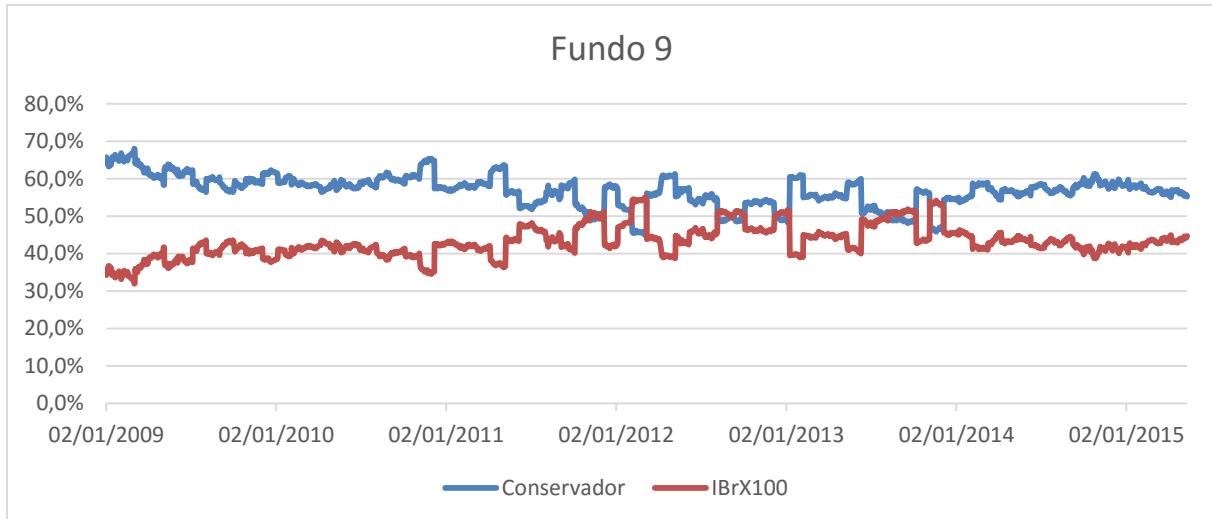
**Gráfico 33:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 6.

**Fonte:** Análise do autor.

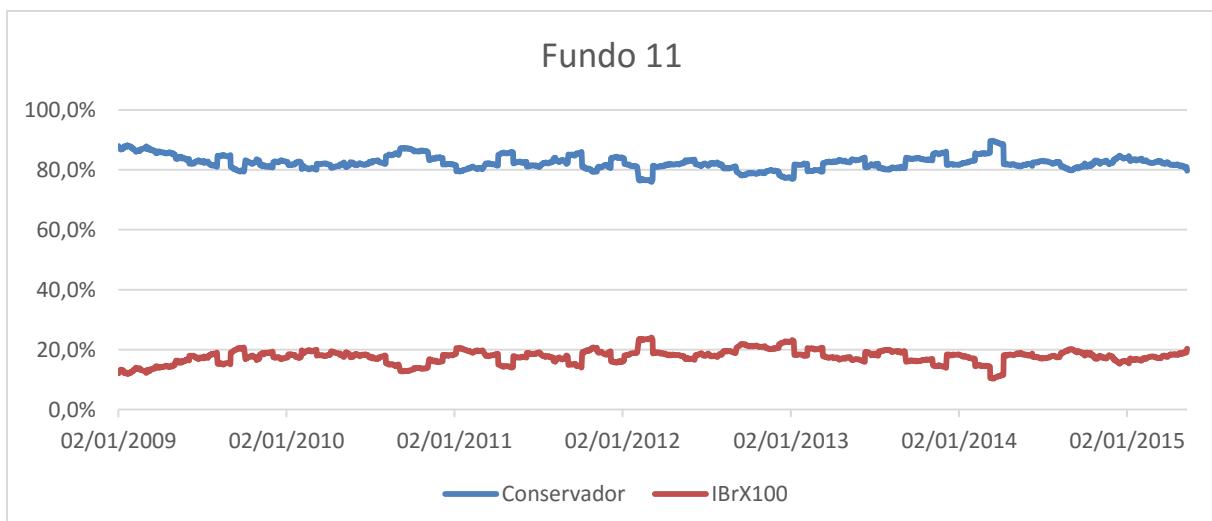


**Gráfico 34:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 8.

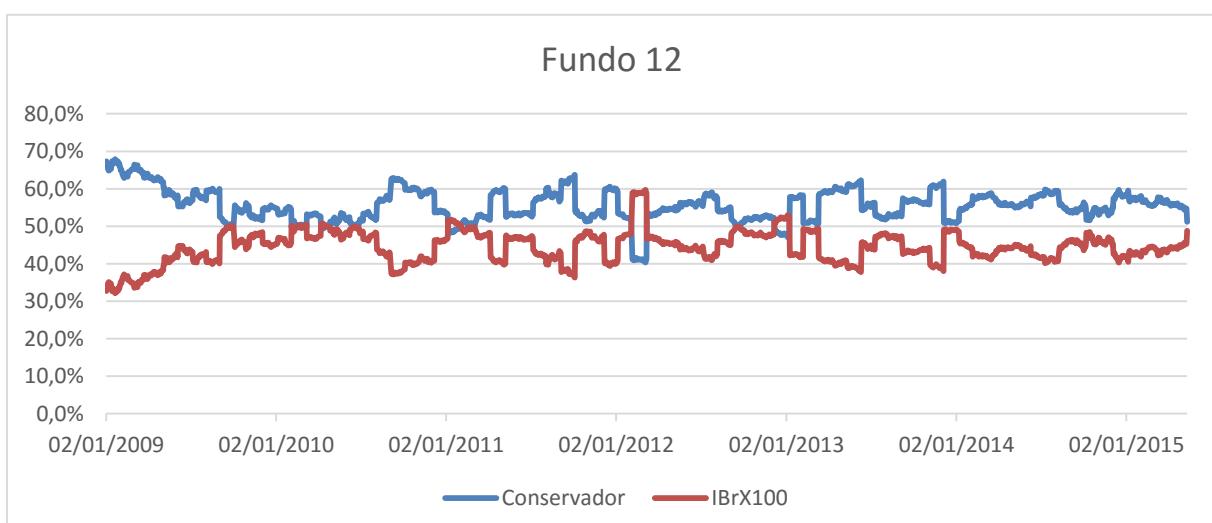
**Fonte:** Análise do autor.



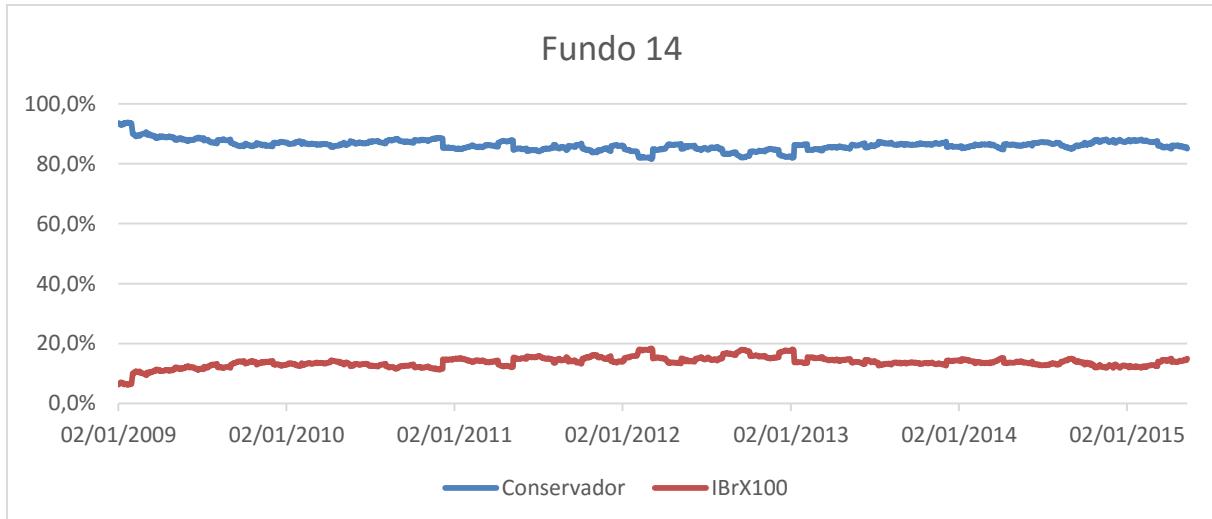
**Gráfico 35:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 9.  
**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 36:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 11.  
**Fonte:** Análise do autor.

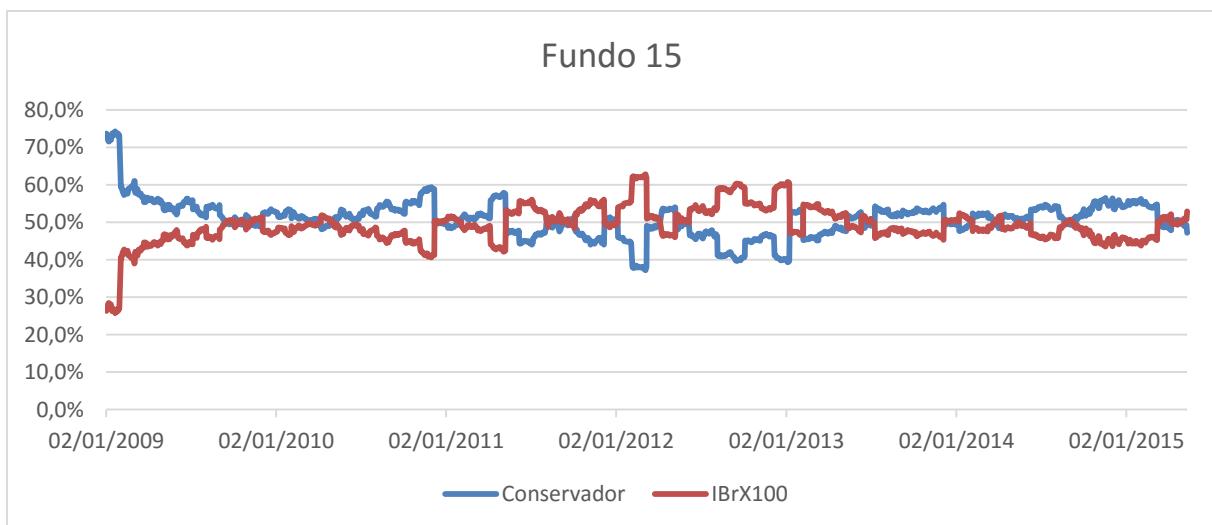


**Gráfico 37:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 12.  
**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 38:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 14.

**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 39:** Pesos da carteira teórica do benchmark usando IBrX-100 + Conservador do fundo 15.

**Fonte:** Análise do autor.

Mais uma vez, nos gráficos 30 a 39, assim como nos gráficos 20 a 29, existem certas descontinuidades, que são os rebalanceamentos da carteira sendo feitos mensalmente. A diferença dos benchmarks feito com o IBrX-100 para os feitos com o Ibovespa é que na maioria dos casos as exposições máximas dos fundos agressivos/moderados em análise foi excedida ao longo do período nos benchmarks. Isso pode representar um problema para investidores que tenham um limite fixo para exposição em renda variável. Porém, para o investidor pessoa física comum, que está buscando o melhor retorno com o risco que ele considera adequado, a troca de Ibovespa por uma exposição um pouco maior em IBrX-100 não deveria representar problema. Dado que o IBrX-100 é um índice de bolsa menos volátil que o Ibovespa, por conter uma carteira maior e mais diversificada.

Na tabela 9 a seguir encontram-se os resultados da análise dos benchmarks construídos versus os fundos agressivos/moderados em questão, a notação segue a mesma da tabela 8 anterior:

**Tabela 9:** Indicadores dos benchmarks construídos (conservador + IBrX-100) vs. fundos analisados.

N.º Fundo	Bradesco		BrasilPrev		Itaú		Santander		Caixa	
	2	3	5	6	8	9	11	12	14	15
Rho-Spearman	0,9818	0,9817	0,9773	0,9765	0,9735	0,9729	0,9658	0,9725	0,9798	0,9795
Pval-wilcoxon	0,7041	0,7242	0,7612	0,7746	0,7607	0,7719	0,7293	0,7516	0,7398	0,7636
Ret. total fundo	82,2%	72,6%	85,9%	78,8%	82,0%	76,7%	77,0%	66,1%	82,0%	73,1%
Ret. total benchmark	88,0%	85,2%	90,5%	85,9%	86,8%	83,8%	84,8%	80,9%	86,1%	81,5%
Vol anual. fundo	3,31%	8,81%	4,49%	9,14%	4,71%	9,49%	3,92%	9,81%	3,01%	10,81%
Vol anual. benchmark	3,27%	8,71%	4,35%	8,89%	4,60%	9,28%	3,79%	9,54%	2,92%	10,48%
IS fundo	0,8286	-17,041	13,8029	-5,5729	0,0119	-8,9259	-20,212	-25,682	0,1180	-13,061
IS benchmark	28,980	5,757	30,850	6,951	16,572	3,013	11,523	-1,798	22,077	-0,702
Ret/vol fundo	0,1810	0,0643	0,1387	0,0661	0,1279	0,0626	0,1460	0,0545	0,1986	0,0539
Ret/vol bench.	0,1930	0,0731	0,1486	0,0721	0,1365	0,0681	0,1624	0,0648	0,2126	0,0599

**Fonte:** Análise do autor.

Os retornos dos benchmarks montados com o IBrX-100 também não apresentaram diferenças estatisticamente significativas dos retornos de seus fundos de referência. No entanto, os benchmarks apresentaram todos eles retornos acumulados maiores e volatilidades menores do que os fundos de referência. Isto mostra que é possível montar carteiras com estilo muito semelhante ao fundo moderado/agressivo analisado, que apresentem uma performance no mínimo igual (mas com viés de superioridade) com uma taxa de administração muito menor.

## 5 CONCLUSÃO

A principal conclusão obtida nesse trabalho é a de que é possível construir uma carteira passiva, formada apenas pelo fundo conservador das instituições analisadas e um ETF de um índice de ações (Ibovespa ou IBrX-100), com estilo semelhante e retornos sem diferença estatisticamente significativa em relação aos do respectivo fundo moderado/agressivo das instituições em análise, pagando uma taxa de administração menor que estes. Caso o ETF seja baseado no IBrX-100, a performance tem um viés inclusive superior, tanto em termos de maiores retornos quanto de menores volatilidades.

Outro importante resultado foi a existência de fortes indícios de passividade na gestão da grande maioria dos fundos analisados, não sendo justificadas, portanto, as elevadas taxas de administração cobradas, mesmo quando se consideram os Alfas de Jensen encontrados. Esses indícios são observados através dos resultados das exposições encontradas na análise de estilos via filtro de Kalman, assim como pela análise dos coeficientes de determinação ( $R^2$ ). A situação se mostra mais grave ainda nos fundos moderados e agressivos das instituições analisadas. Esses fundos são justamente os quais se esperava serem mais ativos, por terem em sua composição uma fatia de renda variável. Porém, foram os que apresentaram mais indícios de passividade na gestão e os que, ao mesmo tempo, cobram as maiores taxas de administração.

Sendo assim, seria recomendável, à semelhança do movimento liderado pela Suécia que vem ganhando força na Europa, uma investigação mais profunda por parte dos órgãos reguladores brasileiros no tocante a fundos com características de *closet trackers*, principalmente os previdenciários, que foram analisados aqui. Isto se explica pelo fato de que, assim como na Europa, foram encontrados indícios de fundos com altas taxas de administração por uma gestão ativa enquanto têm na realidade uma gestão de performance passiva, meramente replicando a performance de índices conhecidos de mercado. Com isso, este estudo tem por ambição lançar luz e iniciar o debate sobre essa questão no Brasil.

Uma consideração importante que deve ser feita é a de que os resultados aqui encontrados são específicos para os fundos e instituições analisados. Apesar de serem bastante representativos de suas categorias por serem os maiores fundos abertos das maiores instituições em termos de patrimônio gerido de previdência

privada no Brasil, não se pode generalizar nenhum dos resultados obtidos indiscriminadamente. Por consequência, como sugestão natural para trabalhos futuros, recomenda-se o aprofundamento e extensão da análise aqui desenvolvida. Pode-se estendê-la para outros fundos ou outras instituições de previdência privada por exemplo meramente seguradoras (em contrapartida a braços de grandes instituições bancárias), ou até mesmo fundos não-previdenciários.

Por fim, cabe ressaltar que o argumento de que os fundos de previdência privada oferecem diversos benefícios e que por isso poderiam cobrar taxas maiores não se justifica. Os benefícios dos fundos de previdência privada, entre eles a ausência de come-cotas ao longo de toda fase de poupança, postergação do pagamento do IR sobre até 12% da renda bruta e a possibilidade de uma tabela regressiva de IR, entre outros, são benefícios dados pelo governo, como forma de incentivo à poupança, não pelas próprias instituições. Então, ao cobrar altas taxas de administração e carregamento, quem está se aproveitando em grande parte dos benefícios oferecidos pelo governo são as instituições de previdência privada, em vez dos cidadãos poupadore. Seria esse o objetivo do governo federal ao fornecer tais benefícios?

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrapp. **Guia do participante.** Disponível em: <<http://www.abrapp.org.br/Documentos%20Pblicos/GuiaDoParticipante.pdf>>. Acesso em: 08 de abril de 2015.
- AGARWAL, Vikas; NAIK, Narayan Y. Multi-period performance persistence analysis of hedge funds. **Journal of financial and quantitative analysis**, v. 35, n. 03, p. 327-342, 2000.
- AGARWAL, Vikas; NAIK, Narayan Y. Generalised style analysis of hedge funds. **Journal of Asset Management**, v. 1, n. 1, p. 93-109, 2000.
- AGARWAL, Vikas; NAIK, Narayan Y. Risks and portfolio decisions involving hedge funds. **Review of Financial studies**, v. 17, n. 1, p. 63-98, 2004.
- AMARAL, Tania Raquel dos Santos. **Análise de performance de fundos de investimento em previdência**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.
- ANNAERT, Jan; VAN CAMPENHOUT, Geert. Time variation in mutual fund style exposures. **Review of Finance**, v. 11, n. 4, p. 633-661, 2007.
- Banco Central do Brasil, resolução nº 3.308, de 31 de agosto de 2005. Disponível em: <[http://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/2005/pdf/res\\_3308\\_v6\\_P.pdf](http://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/2005/pdf/res_3308_v6_P.pdf)>. Acesso em 20 de abril de 2015.
- BELTRÃO, Kaizô Iwakami et al. **Análise da Estrutura da Previdência Privada Brasileira: Evolução do Aparato Legal**. No 1043, Discussion Papers, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA, 2004.
- BISPO, Helenilson Santos. **O desafio da sustentabilidade dos regimes próprios de previdência social: uma análise a partir da situação de oito municípios baianos**. Dissertação (Mestrado em Administração)-UFBA, Bahia, 2004.
- Brasilprev. **Cartilha da previdência Brasilprev.** Disponível em: <[https://www2.brasilprev.com.br/ht/previdenciasemministerio/Documents/Brasilprev\\_Cartilh.pdf](https://www2.brasilprev.com.br/ht/previdenciasemministerio/Documents/Brasilprev_Cartilh.pdf)>. Acesso em: 08 de abril de 2015.
- BROWN, Stephen J.; GOETZMANN, William N. Mutual fund styles. **Journal of financial Economics**, v. 43, n. 3, p. 373-399, 1997.
- BROWN, Stephen J.; GOETZMANN, William N. Hedge Funds with Style. **The Journal of Portfolio Management**, v. 29, n. 2, p. 101-112, 2003.
- CAETANO, M. **Determinantes da Sustentabilidade e do Custo Previdenciário: aspectos conceituais e comparações internacionais**. Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA). 2006

CAETANO, M. **Fundamentos acerca dos riscos associados à Previdência Social.** Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA). 2006

CAMPANI, Carlos Heitor; Costa, Thiago. Análise comparativa entre planos conservadores de previdência privada aberta e investimentos em fundos de renda fixa. Working paper, 2015.

CHRISTOPHERSON, Jon A. Equity style classifications. **The Journal of Portfolio Management**, v. 21, n. 3, p. 32-43, 1995.

CORIELLI, Francesco; MEUCCI, Attilio. Pitfalls in linear models for style analysis. **Statistical Methods and Applications**, v. 13, n. 1, p. 105-129, 2004.

DIBARTOLOMEO, Dan; WITKOWSKI, Erik. Mutual fund misclassification: Evidence based on style analysis. **Financial Analysts Journal**, v. 53, n. 5, p. 32-43, 1997.

DURBIN, James; KOOPMAN, Siem Jan. **Time series analysis by state space methods**. 1. ed. Oxford University Press, 2001.

DURBIN, James; KOOPMAN, Siem Jan. **Time series analysis by state space methods**. 2. ed. Oxford University Press, 2012.

Fenaprevi. **Relatório de dados consolidados outubro de 2014**. Disponível em: <<http://www.cnseg.org.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A8AA88A4A7369D2014A9BB4F0202496>>. Acesso em: 08 de abril de 2015.

FUNG, William; HSIEH, David A. Empirical characteristics of dynamic trading strategies: The case of hedge funds. **Review of financial studies**, v. 10, n. 2, p. 275-302, 1997.

GIBSON, Rajna; GYGER, Sébastien. The style consistency of hedge funds. **European Financial Management**, v. 13, n. 2, p. 287-308, 2007.

HARVEY, Andrew C. **Forecasting, structural time series models and the Kalman filter**. Cambridge university press, 1990.

HOLMES, Kathryn A.; FAFF, Robert W. Style analysis, customized benchmarks, and managed funds: new evidence. **Applied Financial Economics Letters**, v. 4, n. 4, p. 253-258, 2008.

HSIEH, David A.; FUNG, William. Asset-Based Style Factors for Hedge Funds. **Financial Analysts Journal**, v. 58, n. 5, 2002.

KALMAN, Rudolph Emil. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Journal of Fluids Engineering**, v. 82, n. 1, p. 35-45, 1960.

LHABITANT, François-Serge. **Hedge funds: quantitative insights**. John Wiley & Sons, 2009.

LINHARES, R. A. **Aplicação da Análise de Estilo Baseada nos Retornos para os Fundos Mútuos no Mercado Brasileiro.** 2003. Dissertação (Mestrado em Administração)-COPPEAD, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

MARKOV, Michael; MOTTL, Vadim; MUCHNIK, Ilya. Dynamic Style Analysis and Applications. **SSRN 1971363**, 2004.

MARQUES, Luiz Guilherme Esteves. **Análise de Estilo de Fundos de Previdência: Definição e Utilização de um “Benchmark” Multi-Indexado.** Dissertação de Mestrado Profissionalizante em Administração – IBMEC-RJ, Rio de Janeiro, 2005.

MARQUES, Luiz Guilherme Esteves. Eficiência de Fundos de Previdência: uma Análise das Classes de Fundos Disponíveis no Mercado. **Revista Brasileira de Risco e Seguro (Online)**, v. 2, p. 68-84, 2006.

MARQUES, Reinaldo; PIZZINGA, Adrian; VEREDA, Luciano. PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO, Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais. **Filtro de Kalman restrito na análise de estilo semi-forte de fundos atuariais.** 2009. Dissertação (Mestrado em Atuariais)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

MARQUES, Reinaldo; PIZZINGA, Adrian; VEREDA, Luciano. Restricted Kalman filter applied to dynamic style analysis of actuarial funds. **Applied Stochastic Models in Business and Industry**, v. 28, n. 6, p. 558-570, 2012.

Ministério da Previdência Social. **Informe de Previdência Social, Janeiro de 2015.** Disponível em: <[http://www.previdencia.gov.br/wp-content/uploads/2015/03/Informe\\_janeiro\\_2015.pdf](http://www.previdencia.gov.br/wp-content/uploads/2015/03/Informe_janeiro_2015.pdf)>. Acesso em: 08 de abril de 2015.

MODIGLIANI, Franco. Life cycle, individual thrift, and the wealth of nations. **The American Economic Review**, p. 297-313, 1986.

NAJBERG, Sheila; IKEDA, Marcelo. Previdência no Brasil: desafios e limites. In: GIAMBIAGI, Fabio e MOREIRA, Maurício Mesquita (Org.). **A economia brasileira nos anos 90.** Rio de Janeiro: BNDES, 1999. p. 261-290.

NUNES, Luigi Leon. **Estilo e agrupamento de fundos: um estudo aplicado aos fundos multimercados brasileiros.** Dissertação (Mestrado em Economia)-USP, São Paulo, 2015.

PINHEIRO, Ricardo Pena. Educação financeira e previdenciária, a nova fronteira dos fundos de pensão. In: ADACIR REIS. **Fundos de Pensão e Mercado de Capitais.** São Paulo: Peixoto Neto, 2008.

PIZZINGA, Adrian; FERNANDES, Cristiano. State space models for dynamic style analysis of portfolios. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 26, n. 1, p. 31-66, 2006.

PIZZINGA, Adrian; FERNANDES, Cristiano; CONTRERAS, Sergio. Restricted Kalman filtering revisited. **Journal of Econometrics**, v. 144, n. 2, p. 428-429, 2008.

PIZZINGA, Adrian et al. Semi-strong dynamic style analysis with time-varying selectivity measurement: Applications to Brazilian exchange-rate funds. **Applied Stochastic Models in Business and Industry**, v. 24, n. 1, p. 3-12, 2008.

PIZZINGA, Adrian. Constrained Kalman filtering: additional results. **International Statistical Review**, v. 78, n. 2, p. 189-208, 2010.

PIZZINGA, A.; VEREDA, L.; FERNANDES, C. A dynamic style analysis of exchange rate funds: the case of Brazil at the 2002 election. **Advances and Applications in Statistical Sciences**, v. 6, p. 111-135, 2011.

PIZZINGA, Adrian. **Restricted Kalman Filtering: Theory, Methods, and Application**. Springer Science & Business Media, 2012.

PIZZINGA, A.; VEREDA, L.; AZEVEDO, C.; FERNANDES, C. Análise dinâmica de estilo para fundos de investimentos brasileiros. **Revista Brasileira de Risco e Seguro (Online)**, v. 7, p. 1-34, 2012.

PLANALTO.GOV.BR - Portal Planalto Presidência da República. Disponível em: <<http://www2.planalto.gov.br/>>. Acesso em 06 de abril de 2015.

\_\_\_\_\_. **Emenda Constitucional nº 20, de 15 de dezembro de 1998**. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/Emendas/Emc/emc20.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc20.htm)> Acesso em 09 de abril de 2015.

\_\_\_\_\_. **Lei Complementar nº 109, de 29 de maio de 2001**. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/lcp/lcp109.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp109.htm)> Acesso em 06 de abril de 2015.

\_\_\_\_\_. **Decreto nº 4.682 de 24 de janeiro de 1923**. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/Historicos/DPL/DPL4682.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/Historicos/DPL/DPL4682.htm)> Acesso em 07 de abril de 2015.

\_\_\_\_\_. **Art.40**. Redação dada pela Emenda Constitucional nº 41, 19.12.2003. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Constituicao/Constituicao.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao.htm)>. Acesso em: 08 de abril de 2015.

SCHUTT, Isabel Gaio; CALDEIRA, João Fróis. Análise De Estilo Dinâmica De Fundos Multimercados: Aplicação Para O Mercado Brasileiro. In: **Anais do XLI Encontro Nacional de Economia [Proceedings of the 41th Brazilian Economics Meeting]**. ANPEC-Associação Nacional dos Centros de Pós-graduação em Economia [Brazilian Association of Graduate Programs in Economics], 2014.

SCHWARZER, Helmut; PEREIRA, Eduardo da Silva; PAIVA, Luis Henrique. **Projeções de longo prazo para o regime geral de previdência social: O debate no Fórum Nacional de Previdência Social**. Texto para Discussão, Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), 2009.

SHARPE, W. F. Determining a Fund's Effective Asset Mix. **Investment Management Review**, 59-69. 1988.

SHARPE, William. Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement. **Journal of Portfolio Management**, v. 18, n. 2, p. 7-19, 1992.

Susep. **A história do seguro**. Disponível em: <<http://www.susep.gov.br/menu/a-susep/historia-do-seguro>>. Acesso em: 08 de abril de 2015.

SWINKELS, Laurens; VAN DER SLUIS, Pieter J. Return-based style analysis with time-varying exposures. **Available at SSRN 291640**, 2002.

SWINKELS, Laurens; VAN DER SLUIS, Pieter J. Return-based style analysis with time-varying exposures. **The European Journal of Finance**, v. 12, n. 6-7, p. 529-552, 2006.

TSAY, Ruey S. **Analysis of financial time series**. John Wiley & Sons, 2005.

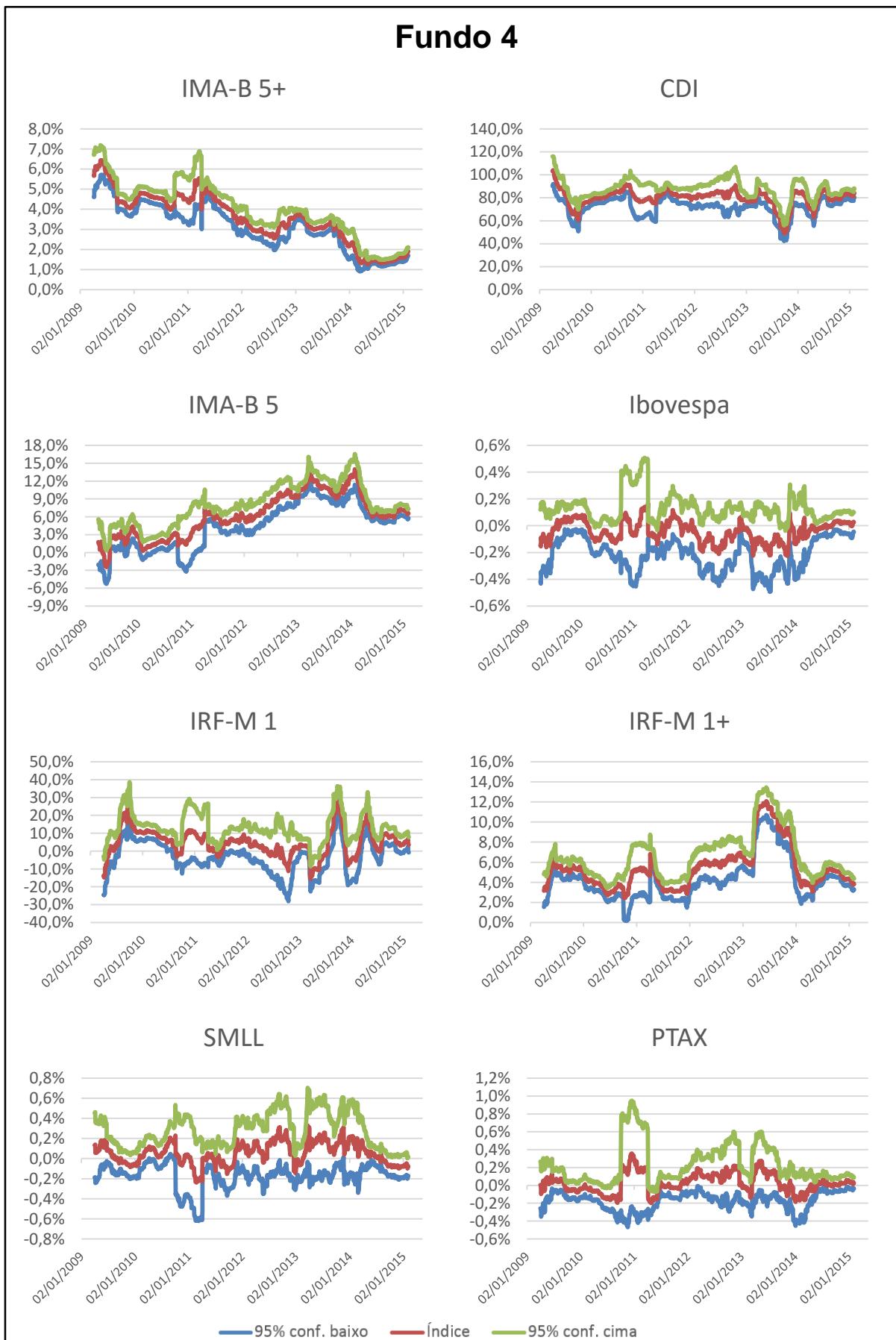
VARGA, Gyorgy; VALLI, Marcos. Análise de estilo baseada no retorno. **Revista da ANBID**, n. 9, 1998.

VIANNA, Maria Lucia Teixeira Werneck. Que reforma? O sistema brasileiro de proteção social entre a previdência e a seguridade. **Ser Social**, v. 1, n. 1, 2002.

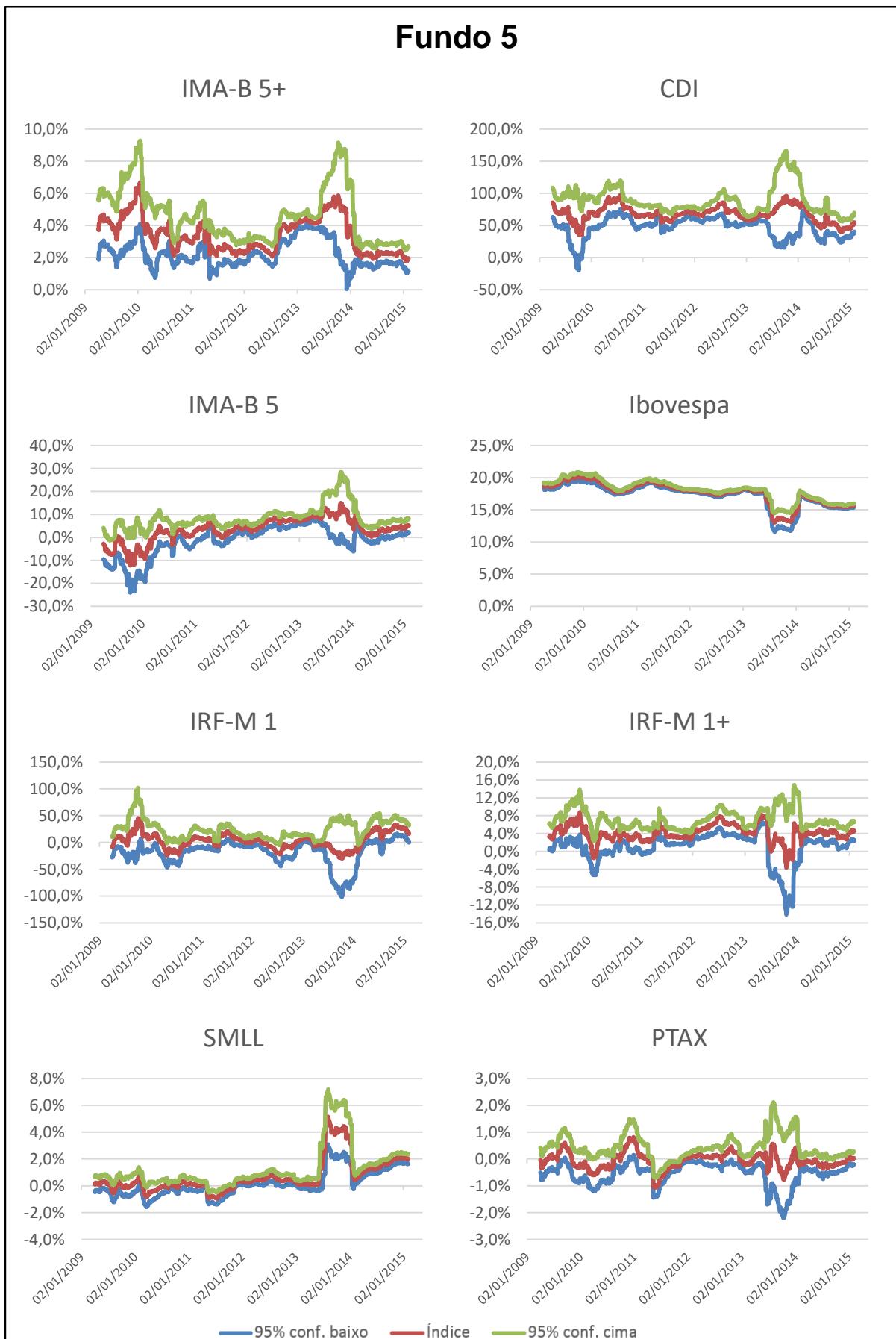
YOSHINAGA, C. et al. Análise de Estilo em Fundos Multimercados com e sem Alavancagem no Brasil. **ENCONTRO DA ANPAD**, v. 31, 2007.

## 7 ANEXOS

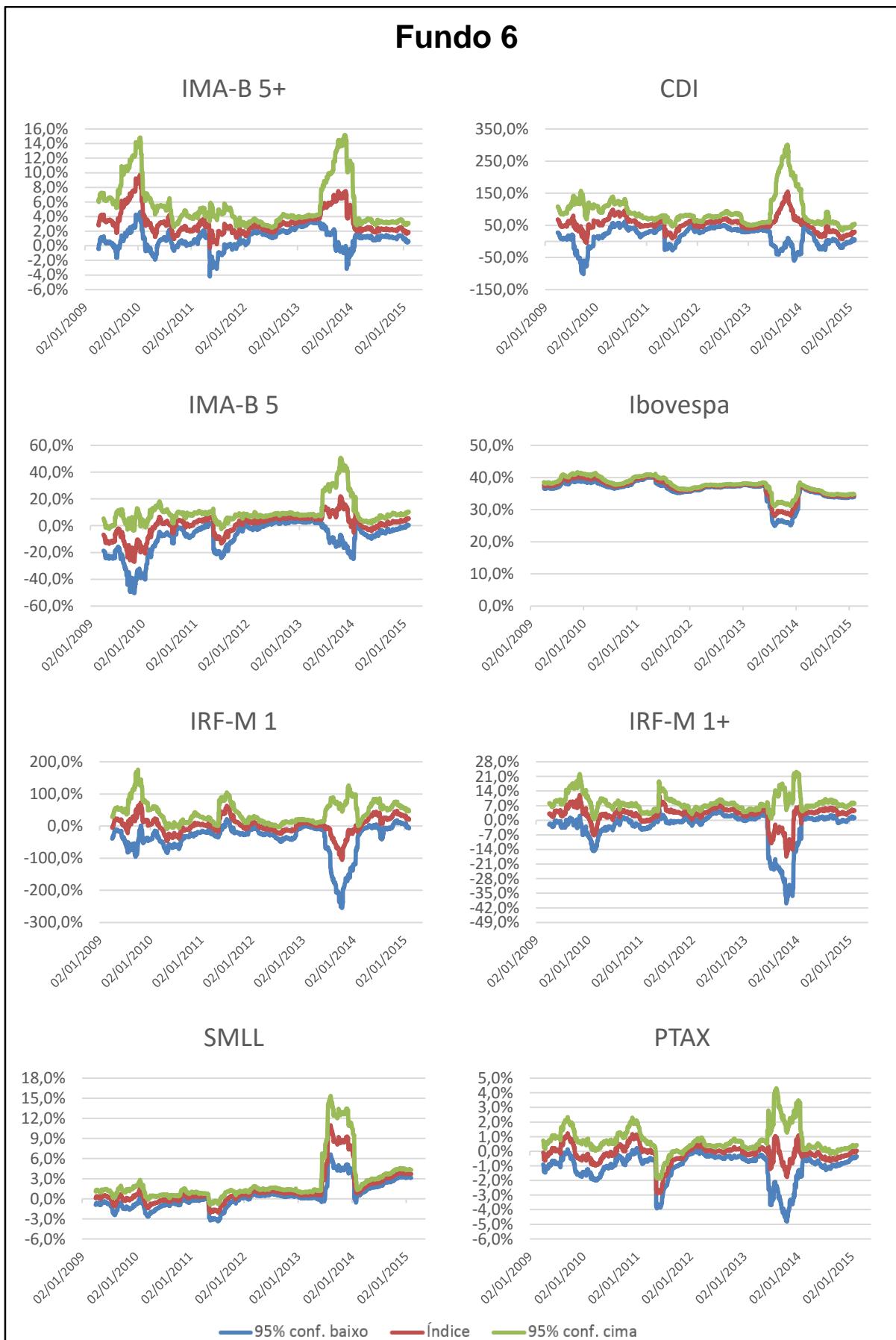
### 7.1 ANÁLISE VIA JANELAS MÓVEIS



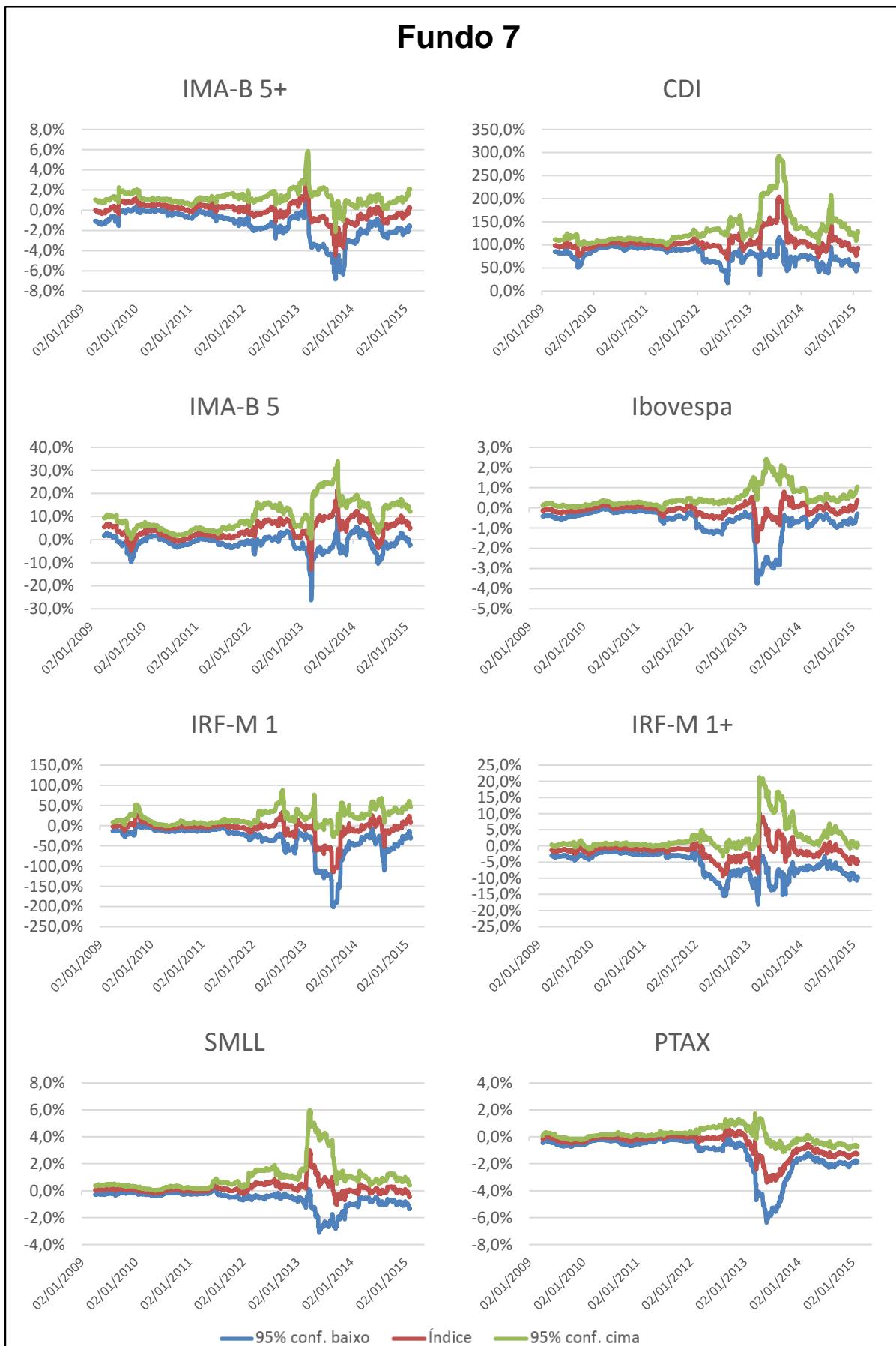
**Figura 6:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 4  
**Fonte:** Análise do autor.



**Figura 7:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 5  
**Fonte:** Análise do autor.

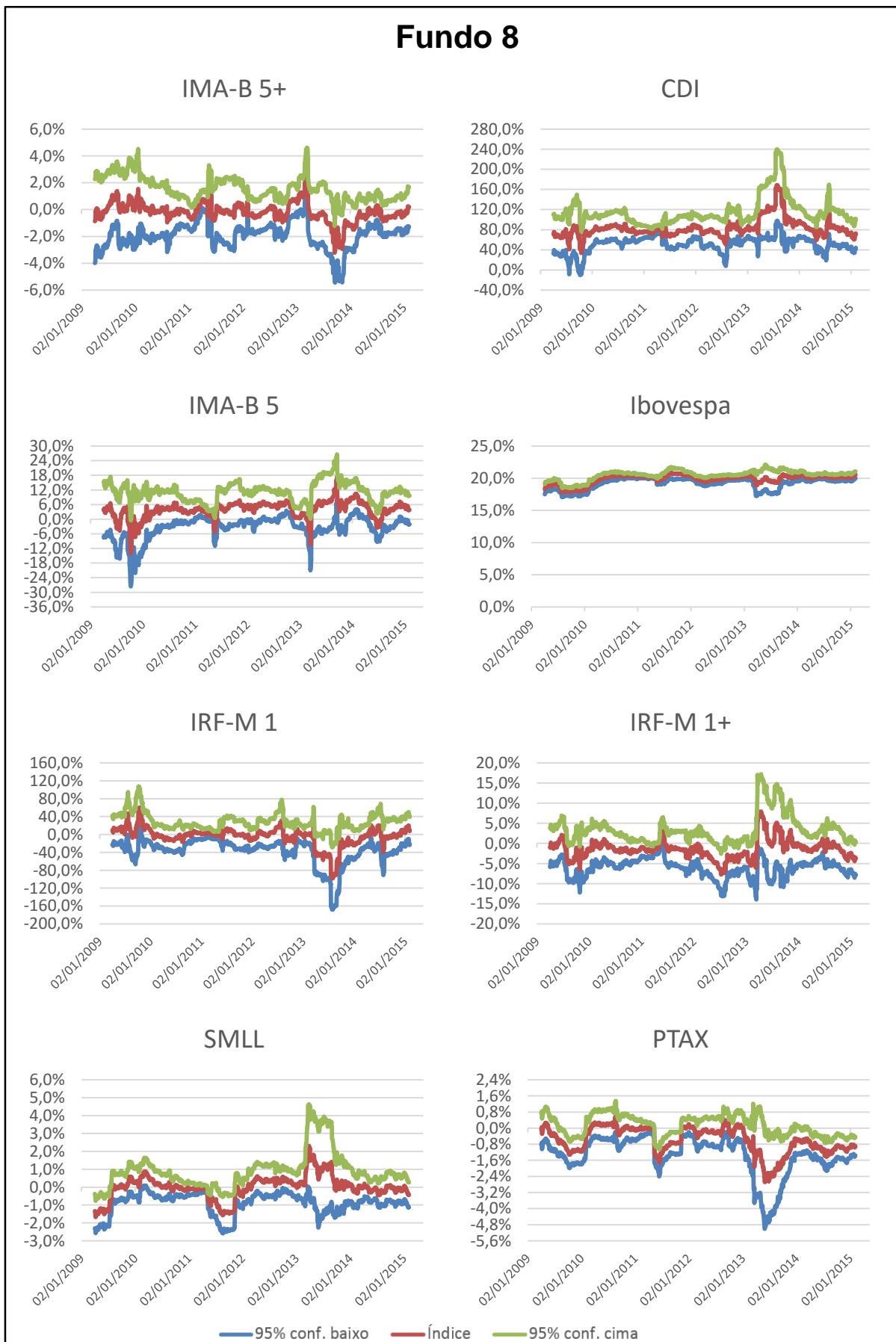


**Figura 8:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 6  
**Fonte:** Análise do autor.

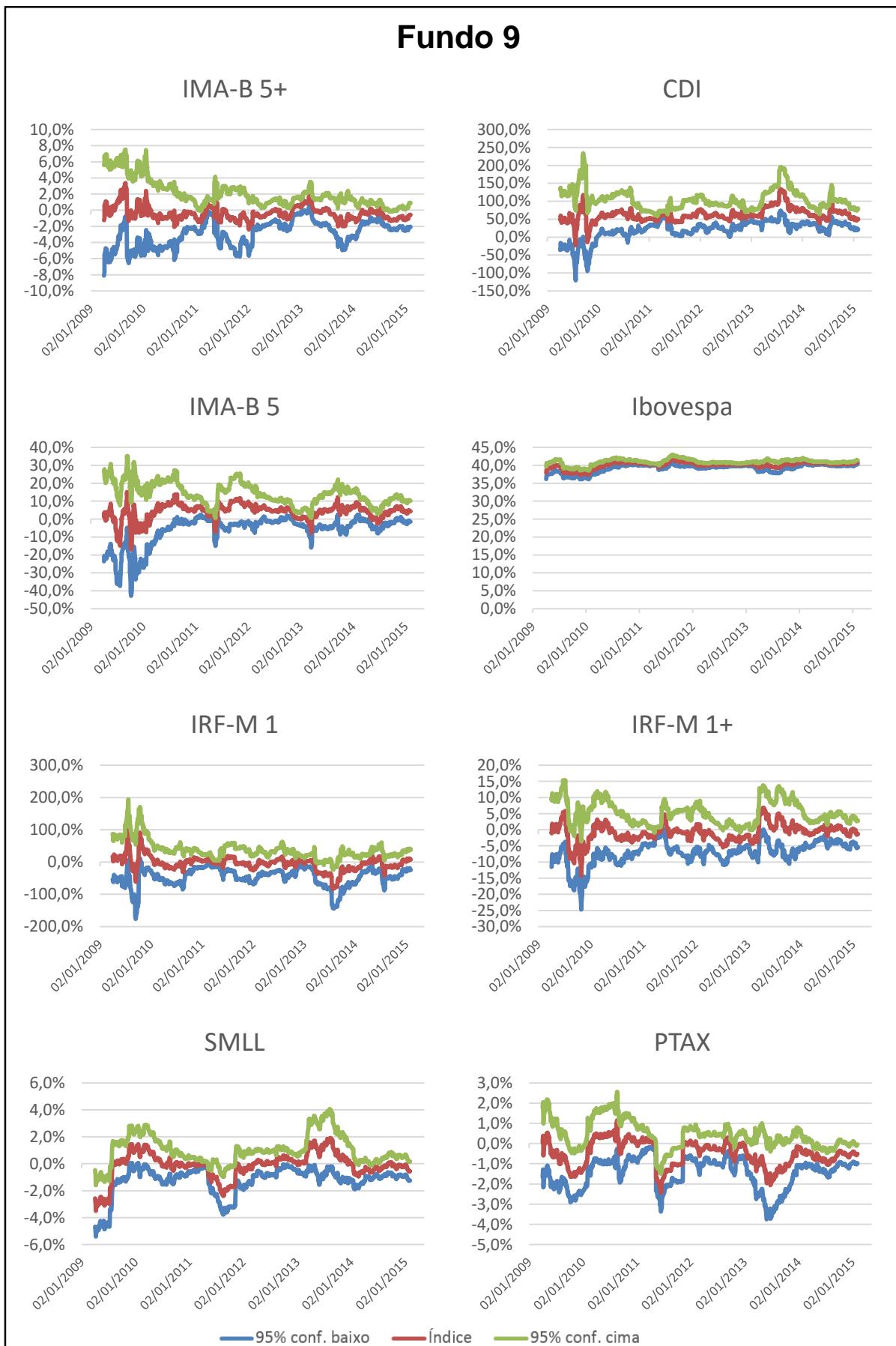


**Figura 9:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 7

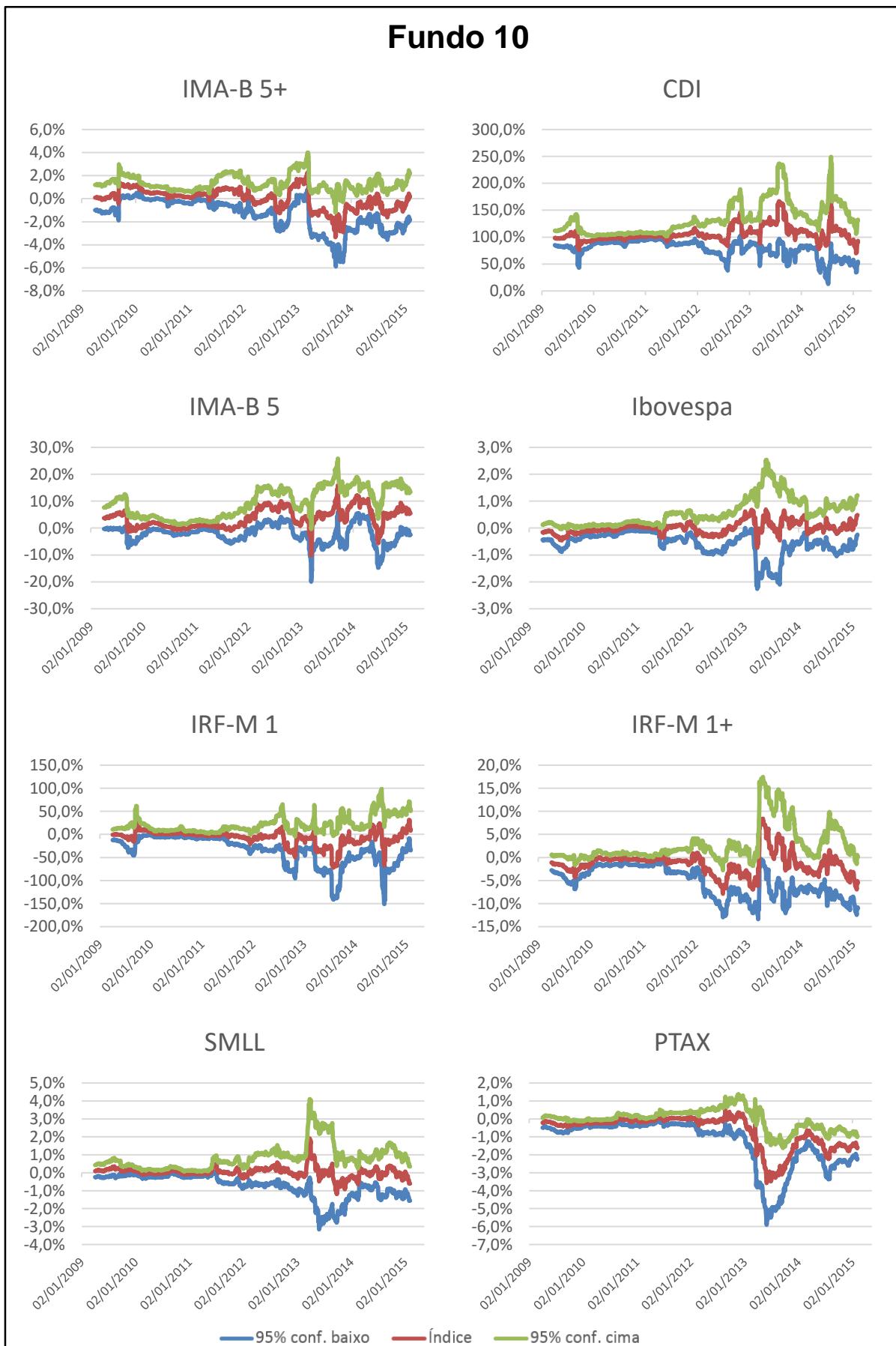
**Fonte:** Análise do autor.



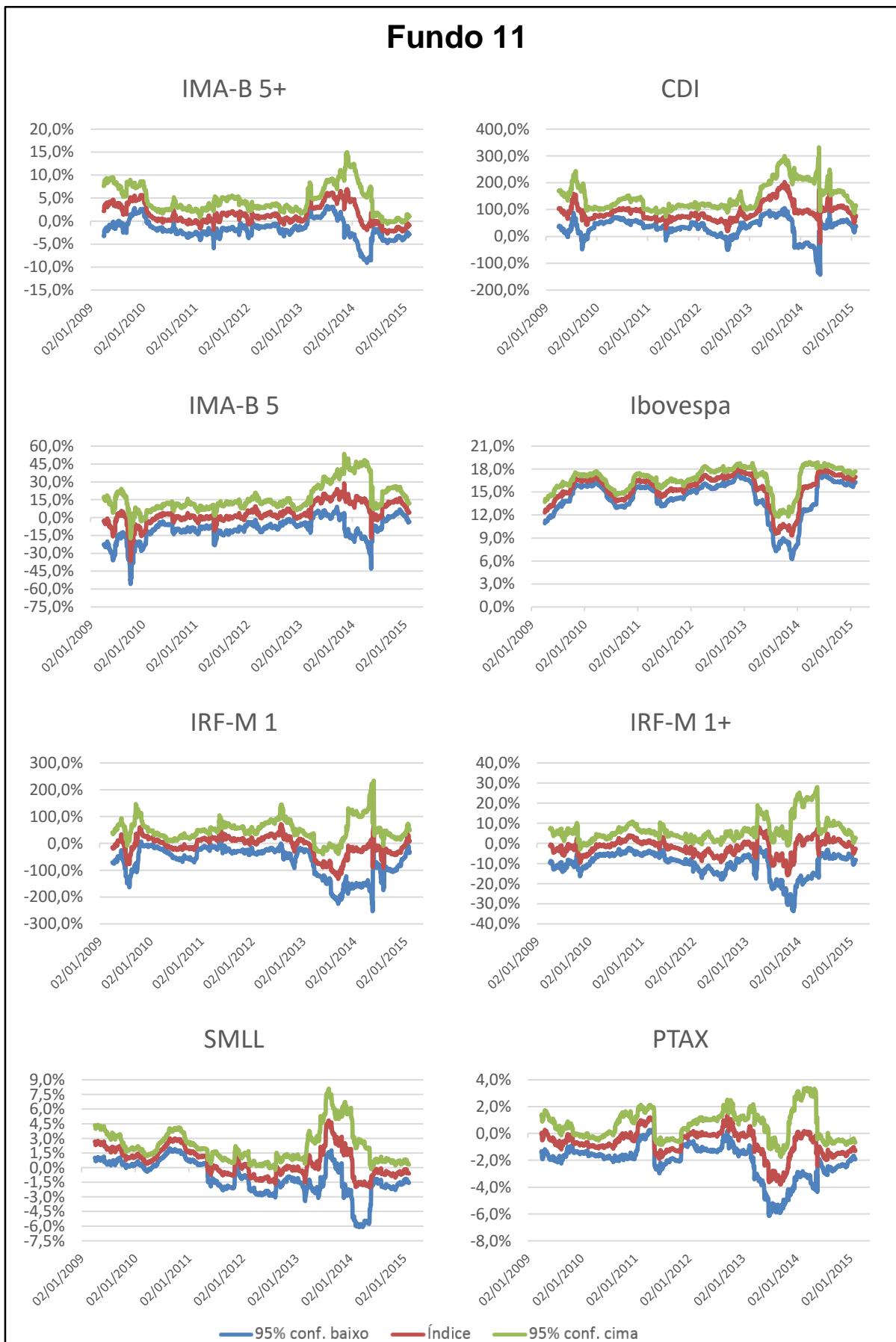
**Figura 10:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 8  
**Fonte:** Análise do autor.



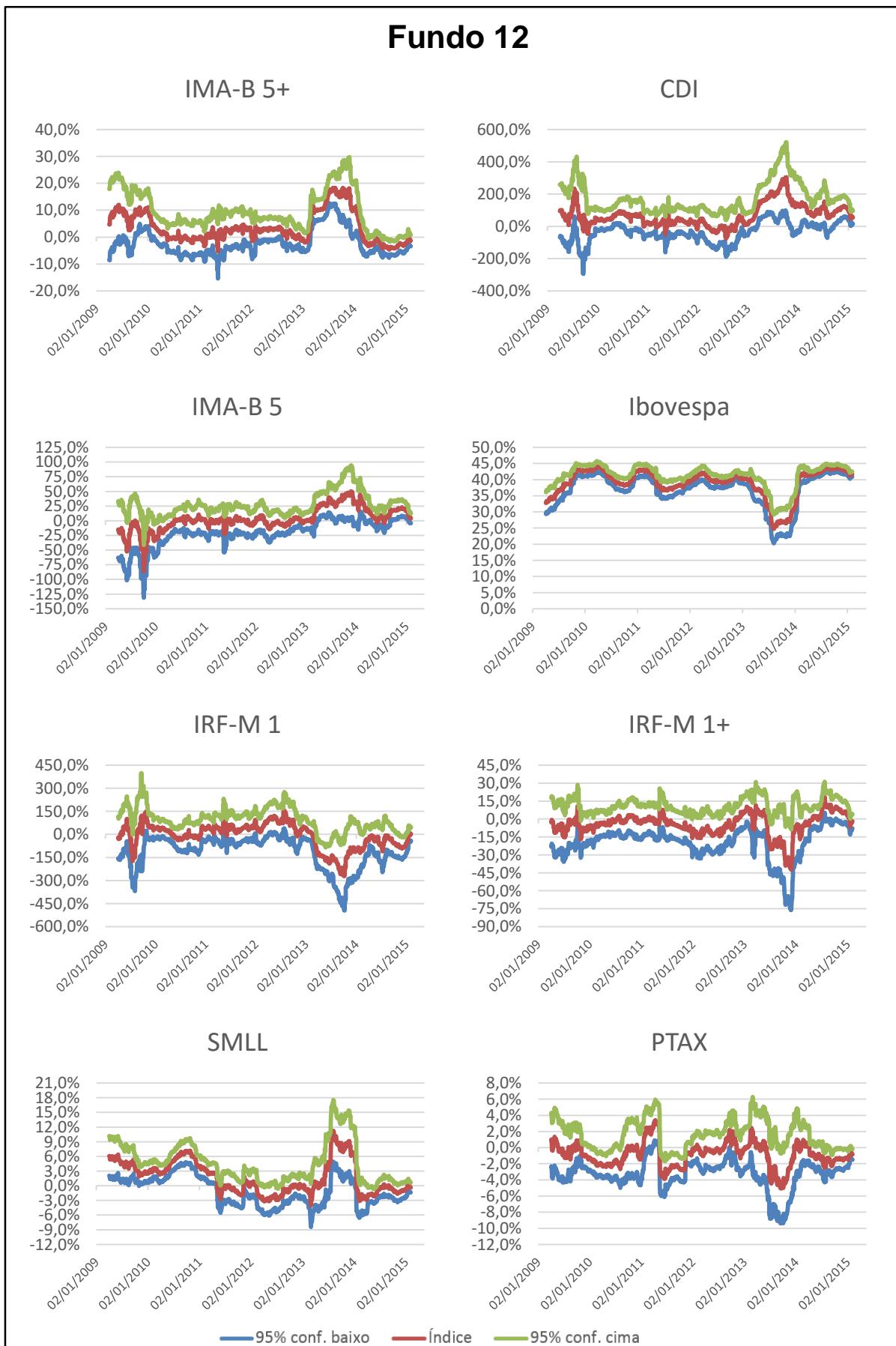
**Figura 11:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 9  
**Fonte:** Análise do autor.



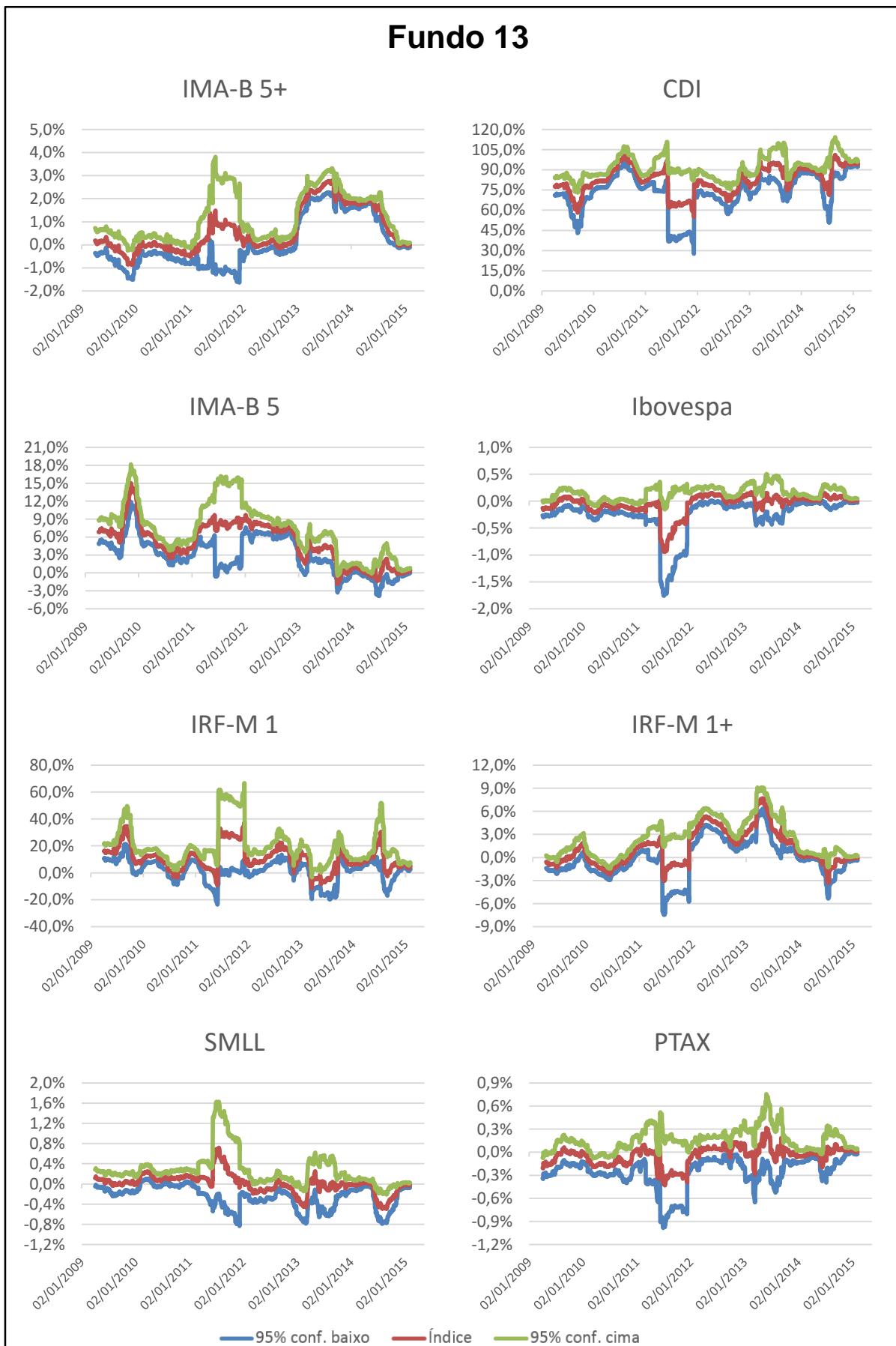
**Figura 12:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 10  
**Fonte:** Análise do autor.



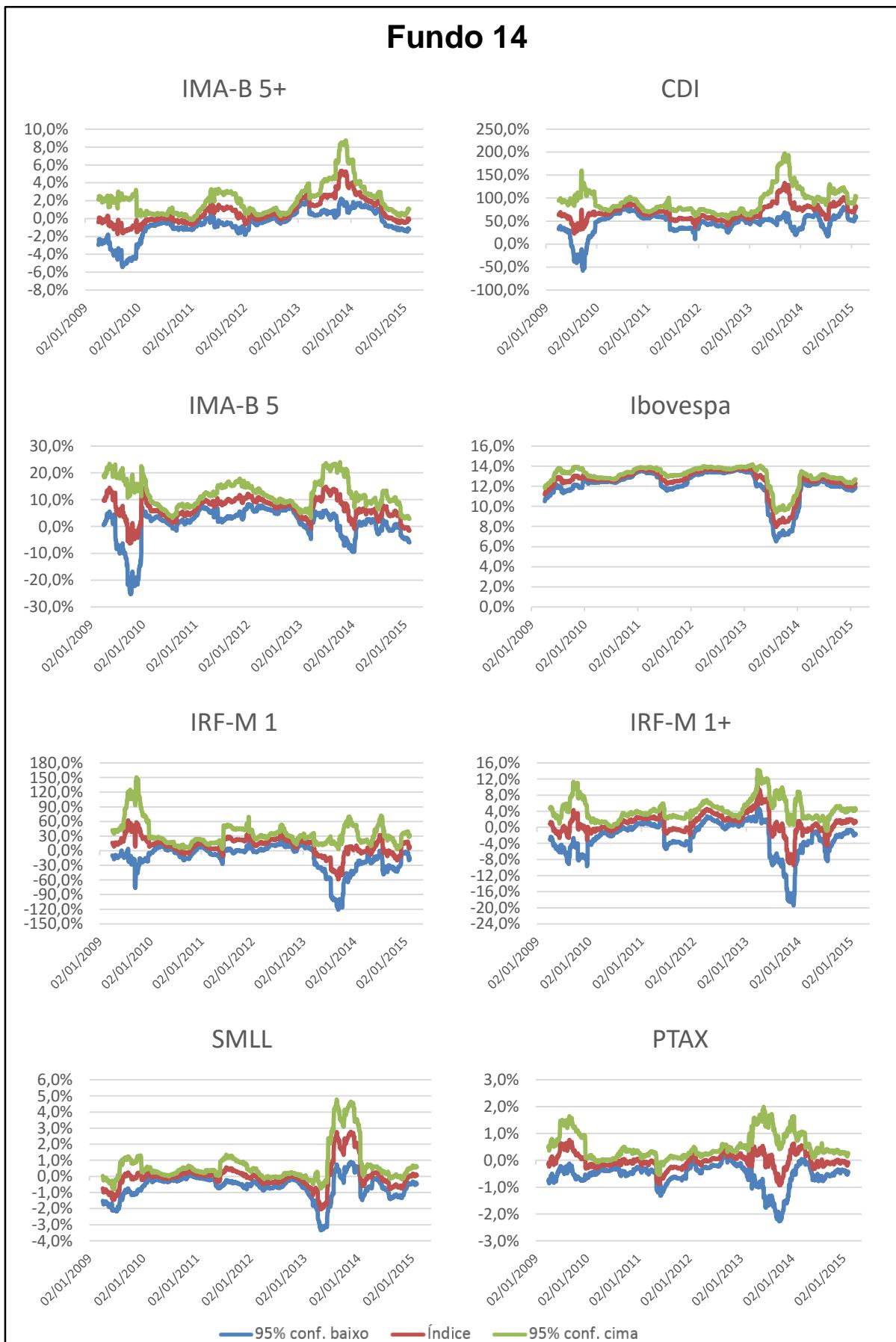
**Figura 13:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 11  
**Fonte:** Análise do autor.



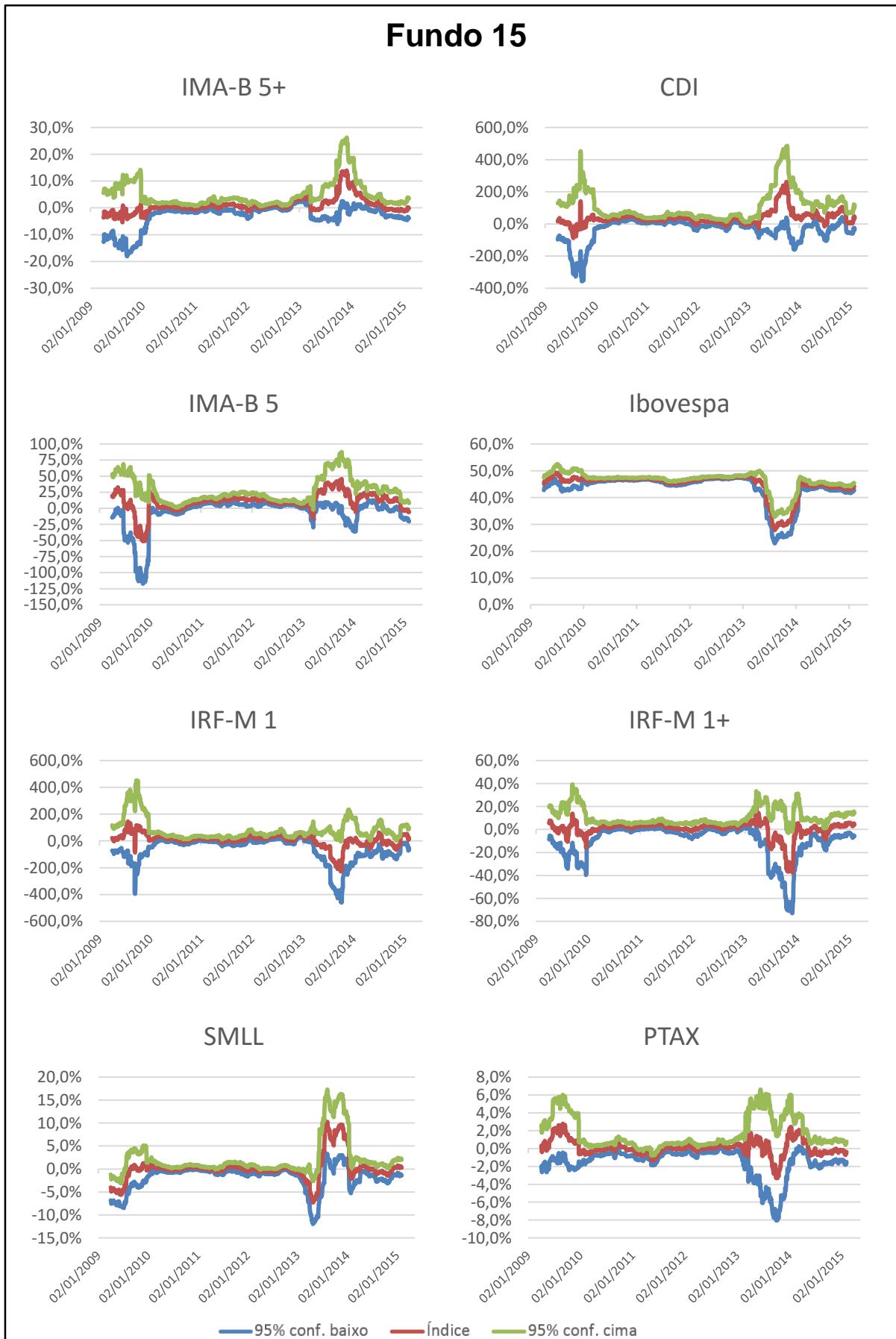
**Figura 14:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 12  
**Fonte:** Análise do autor.



**Figura 15:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 13  
**Fonte:** Análise do autor.

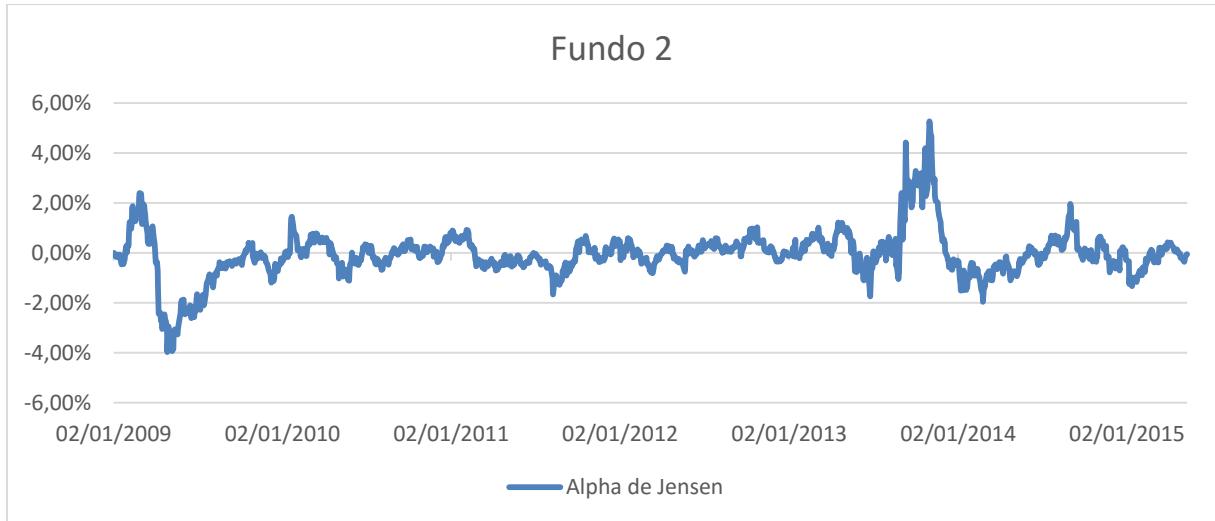


**Figura 16:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 14  
**Fonte:** Análise do autor.

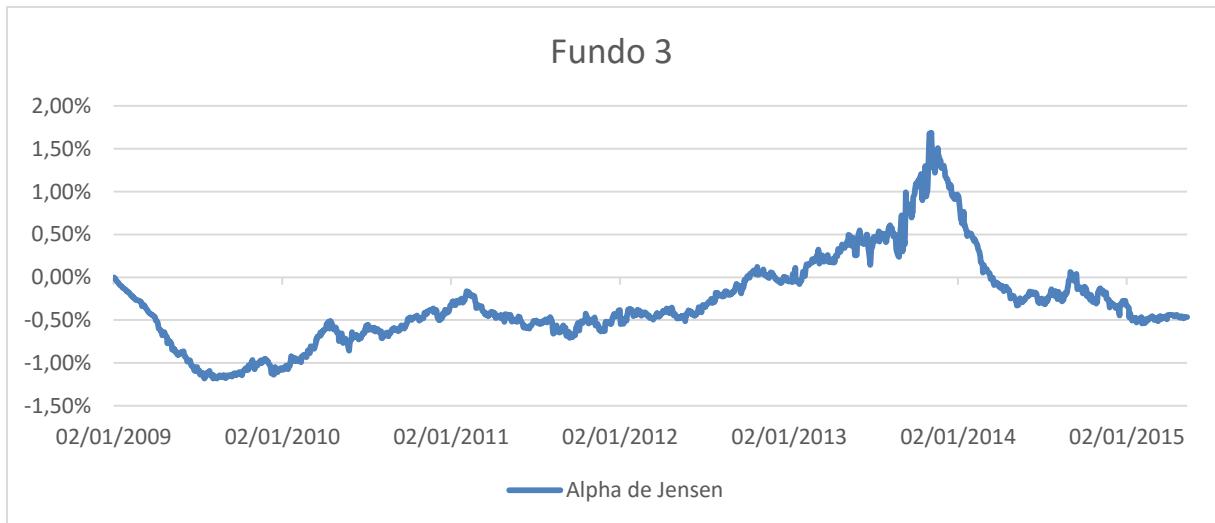


**Figura 17:** Resultados da análise via janelas móveis para o fundo 15  
**Fonte:** Análise do autor.

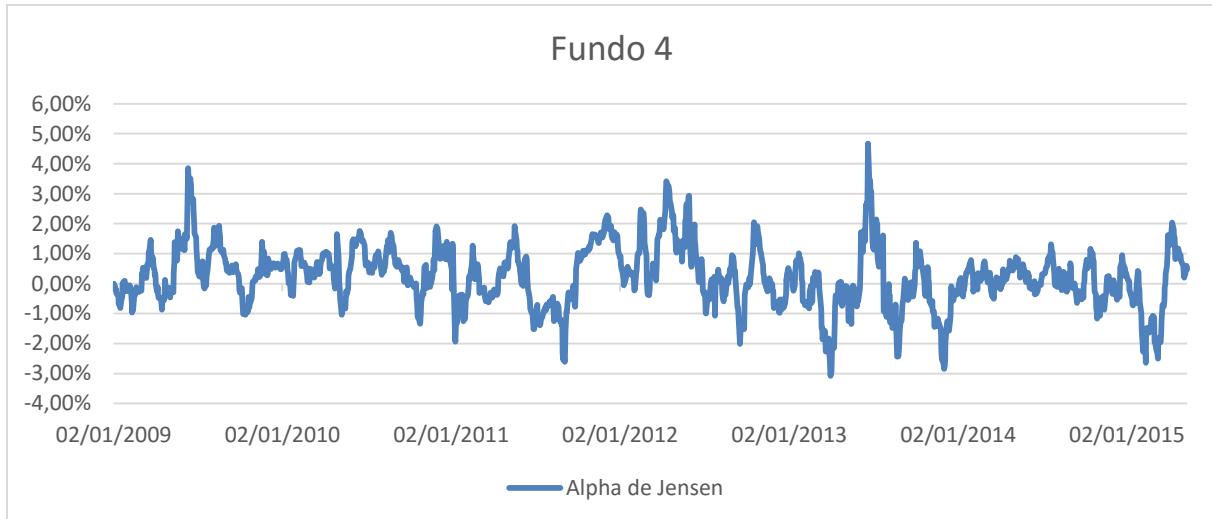
## 7.2 ALFAS DE JENSEN DOS MODELOS FINAIS DA ANÁLISE VIA SUAVIZADOR DE KALMAN



**Gráfico 40:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 2.  
**Fonte:** Análise do autor.

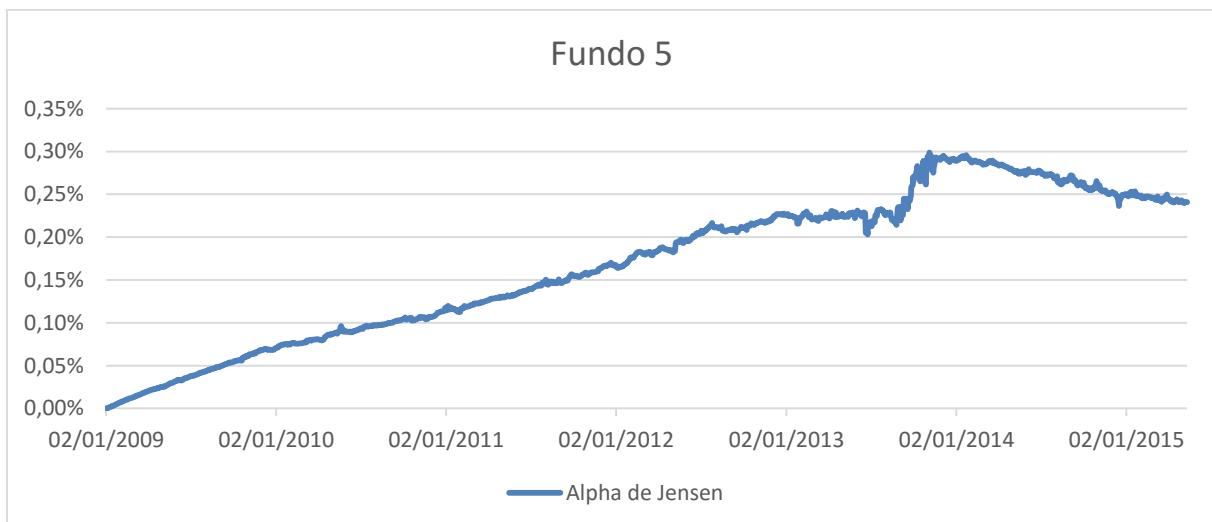


**Gráfico 41:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 3.  
**Fonte:** Análise do autor.



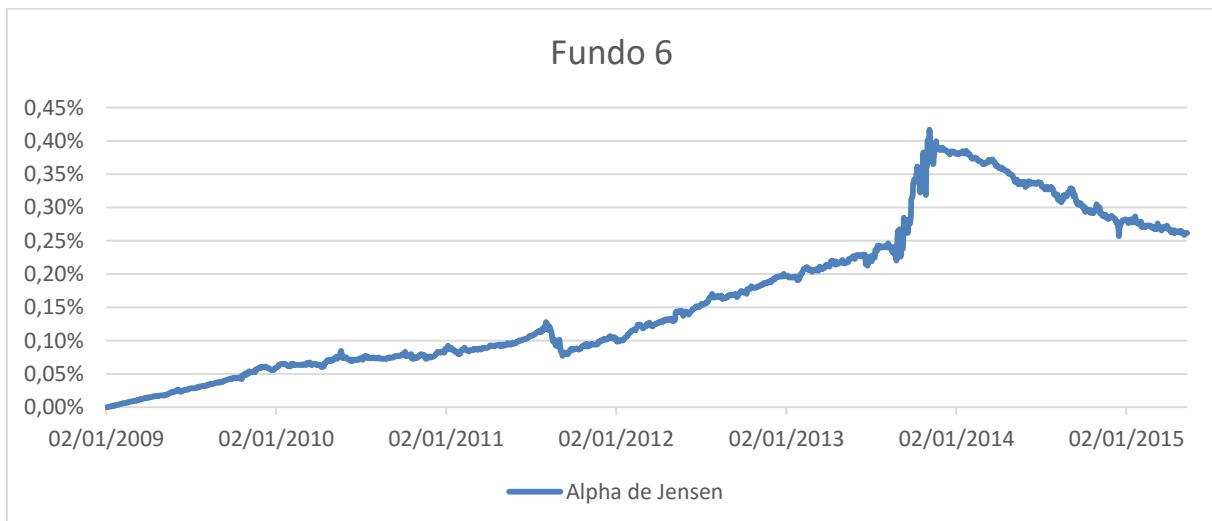
**Gráfico 42:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 4.

**Fonte:** Análise do autor.



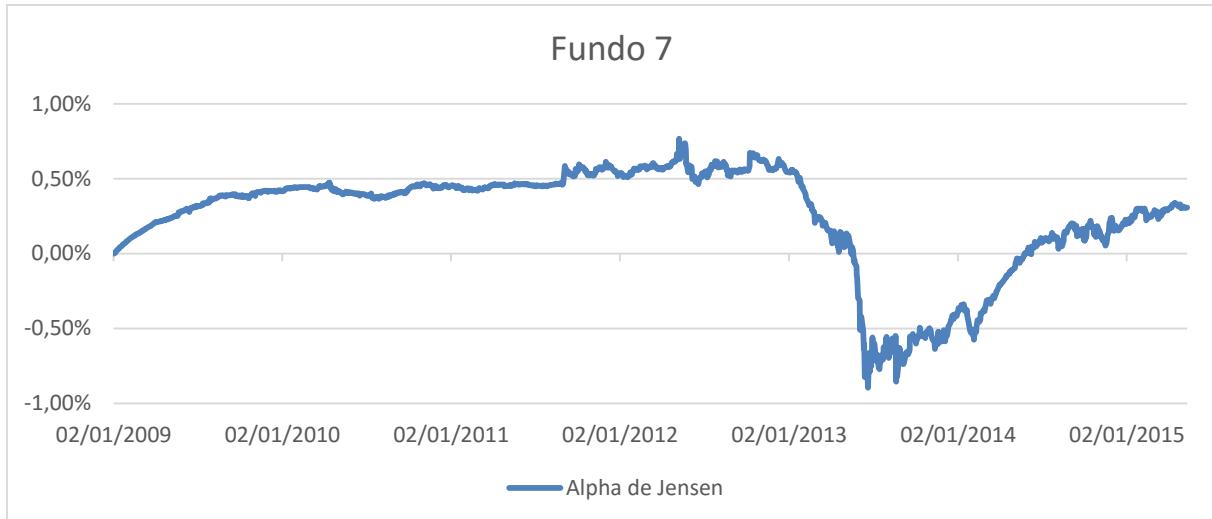
**Gráfico 43:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 5.

**Fonte:** Análise do autor.



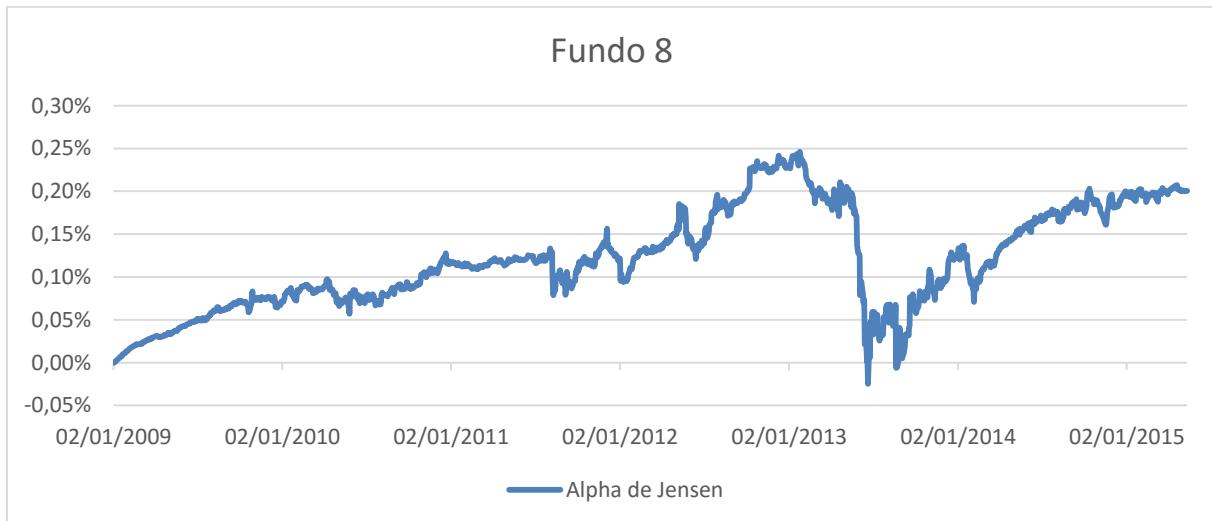
**Gráfico 44:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 6.

**Fonte:** Análise do autor.



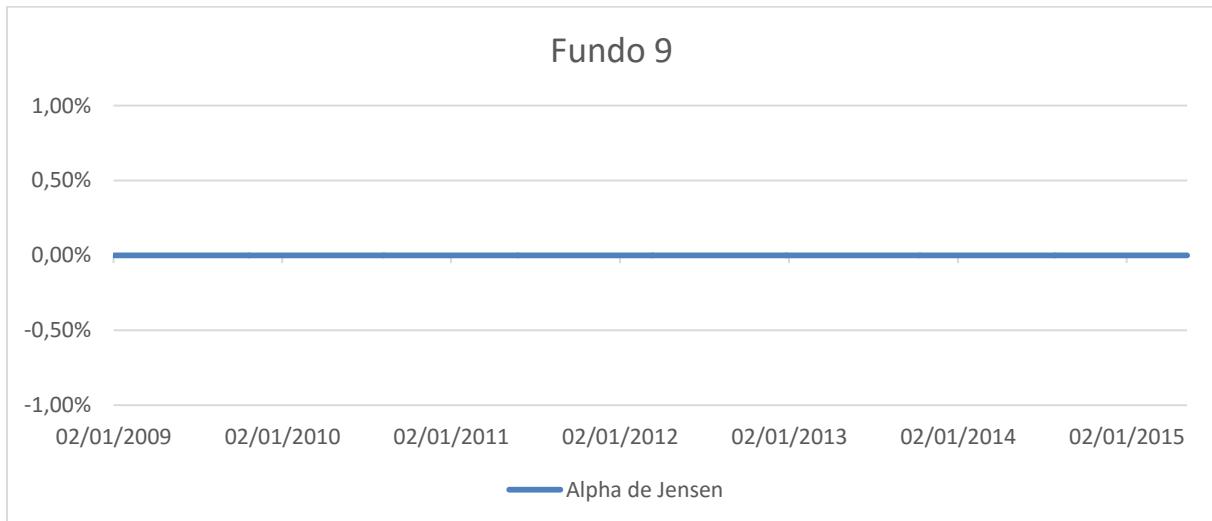
**Gráfico 45:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 7.

**Fonte:** Análise do autor.



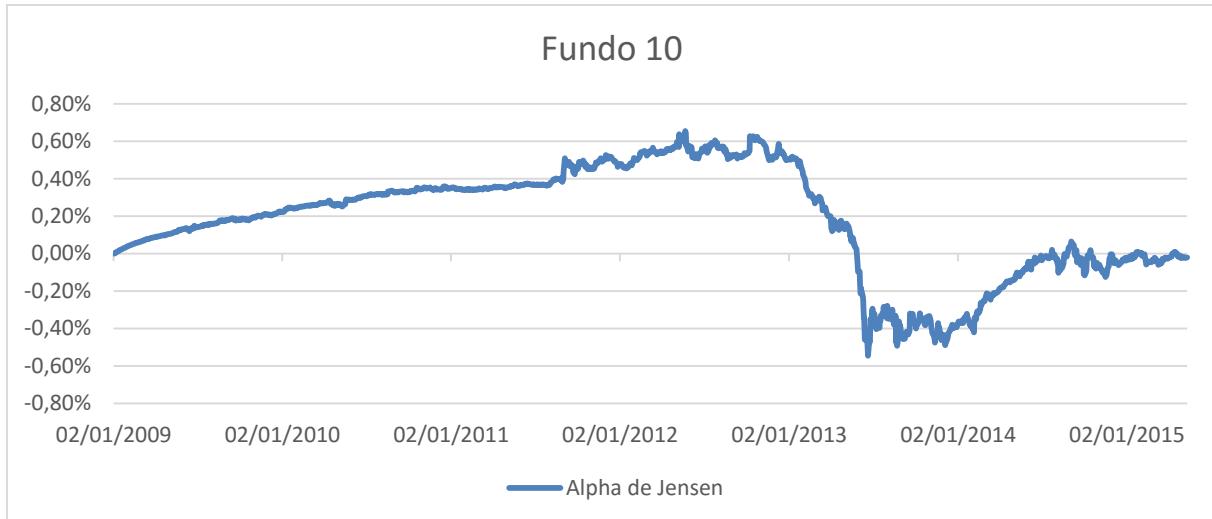
**Gráfico 46:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 8.

**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 47:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 9.

**Fonte:** Análise do autor.



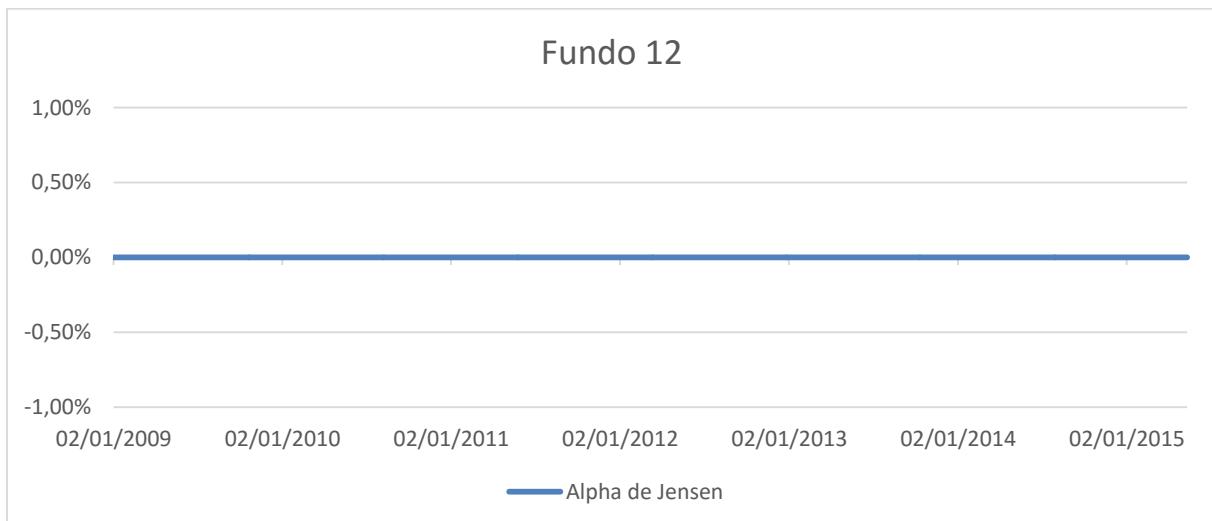
**Gráfico 48:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 10.

**Fonte:** Análise do autor.



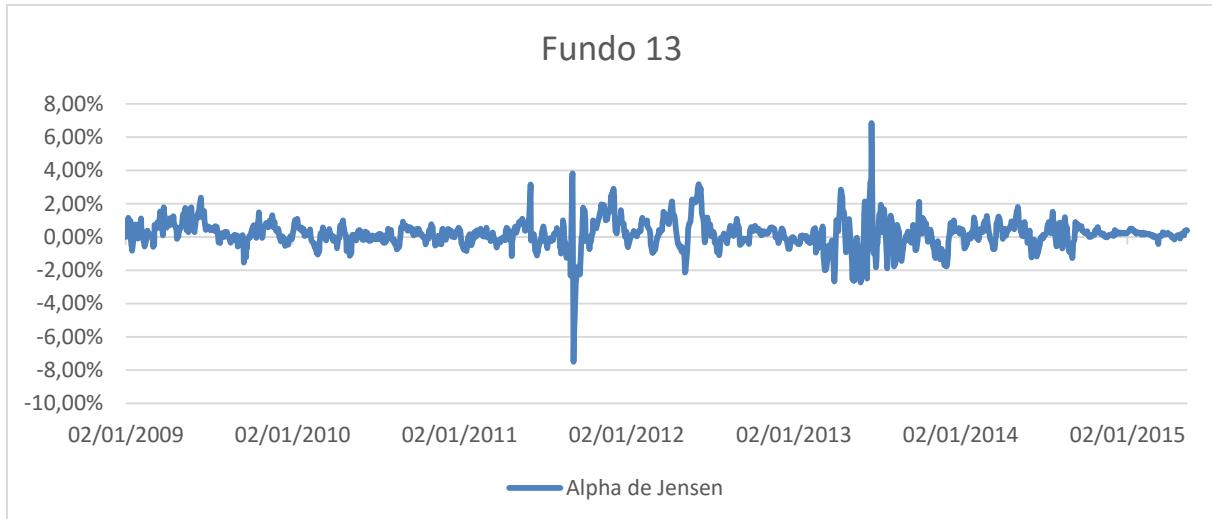
**Gráfico 49:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 11.

**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 50:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 12.

**Fonte:** Análise do autor.



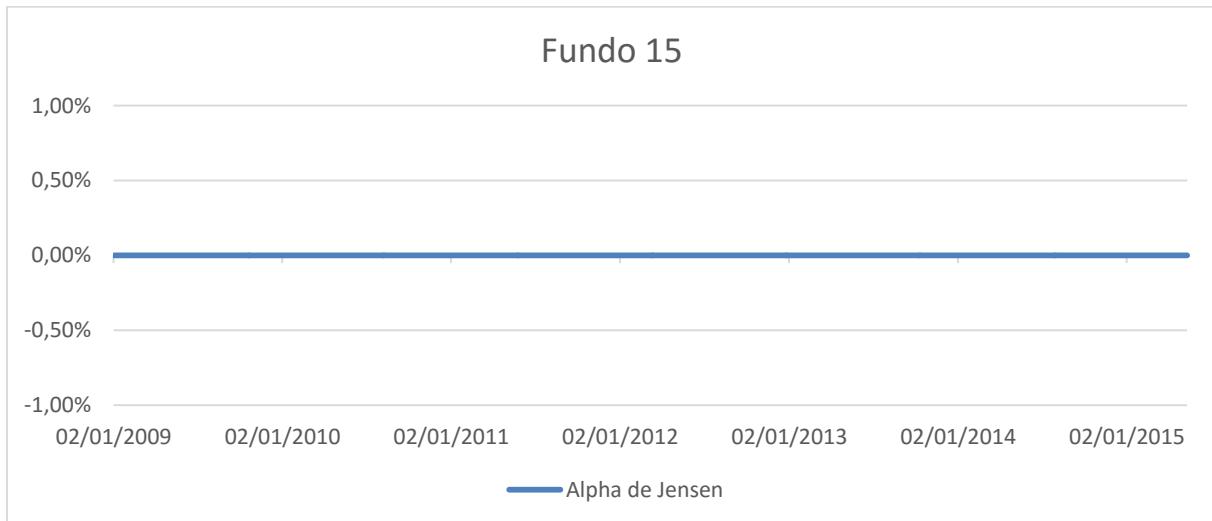
**Gráfico 51:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 13.

**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 52:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 14.

**Fonte:** Análise do autor.



**Gráfico 53:** Alfa de Jensen anualizado do modelo final para o fundo 15.

**Fonte:** Análise do autor.

### 7.3 DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA DE QUE A TAXA DE ADMINISTRAÇÃO PAGA NA CARTEIRA CONSTRUÍDA É MENOR QUE A DO FUNDO MODERADO/AGRESSIVO REFERENTE

Sejam as seguintes premissas:

- 1- Taxa do fundo conservador ( $T_c$ )  $\leq$  Taxa do fundo moderado/agressivo ( $T_{ma}$ ) da mesma instituição;
- 2- Taxa do ETF de Ibov (BOVA11)<sup>12</sup> ( $T_{eff}$ )  $<$  Taxa de qualquer fundo moderado/agressivo ( $T_{ma}$ ) analisado, para qualquer valor inicial aplicado;
- 3- % aplicado no fundo conservador ( $\beta_c$ ) + % aplicado no ETF de Ibovespa ( $\beta_{eff}$ ) = 100%;
- 4- Taxa do benchmark construído  $T_b = \beta_c T_c + \beta_{eff} T_{eff}$ ;
- 5- Todas as taxas e percentuais são positivos.

Suponha que  $T_b > T_{ma}$ .

Então,  $\beta_c T_c + \beta_{eff} T_{eff} > T_{ma}$ , mas, de 1 e 2 (e, estritamente falando, também de 5), teríamos que:

$$\beta_c T_{ma} \geq \beta_c T_c \quad \text{e} \quad \beta_{eff} T_{ma} > \beta_{eff} T_{eff},$$

o que nos permitiria concluir que:  $\beta_c T_{ma} + \beta_{eff} T_{ma} > \beta_c T_c + \beta_{eff} T_{eff} > T_{ma}$ ,

mas, de 3, teríamos que:  $\beta_c T_{ma} + (1 - \beta_c) T_{ma} > T_{ma} \rightarrow$

$$\rightarrow T_{ma} > T_{ma},$$

o que consiste claramente numa contradição. Portanto, temos que  $T_b \leq T_{ma}$ .

---

<sup>12</sup> Na data de consulta (20/07/2015) a taxa de administração cobrada pelo CAIXA ETF Ibovespa Fundo de Índice (XBOV11) era de 0,50% a.a.